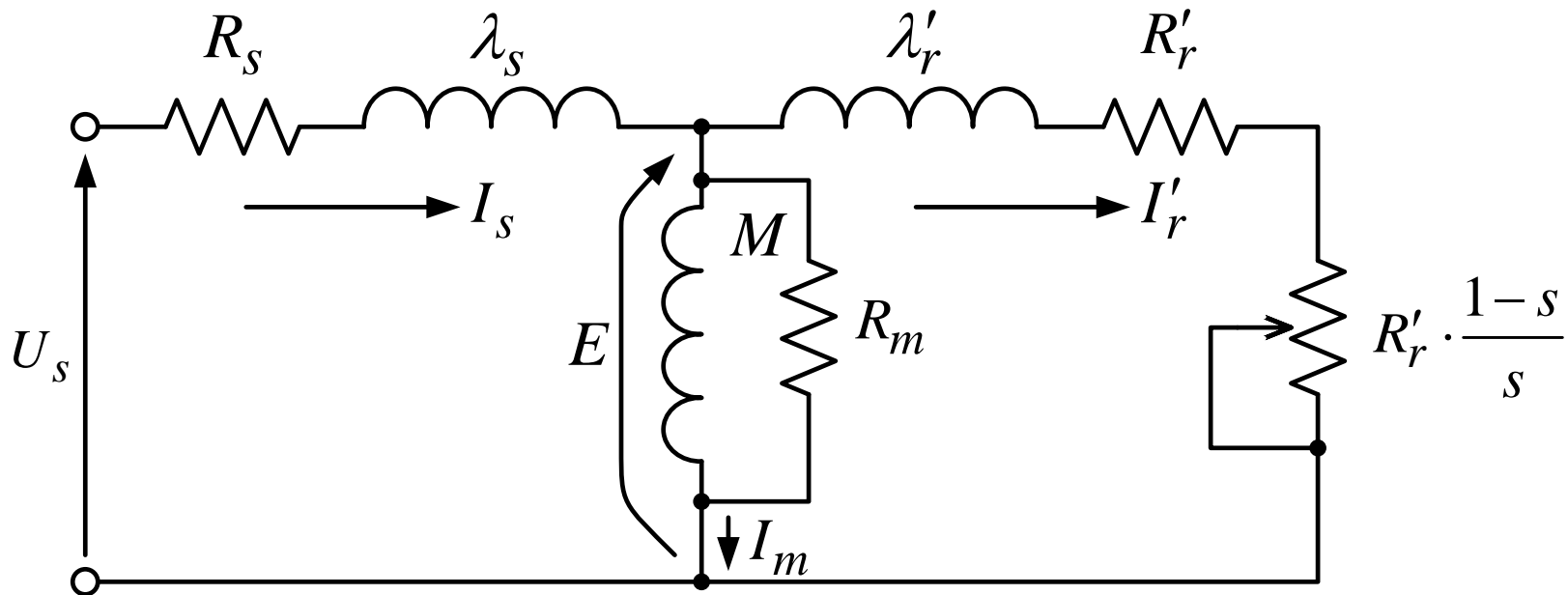


STATIKA POGONA SA ASINHONIM MOTOROM

- Analiza asinhronih mašina u ustaljenom stanju (statika) zahteva poznavanje mehaničke karakteristike i ekvivalentne (zamenske) šeme za ustaljena stanja.

Ekvivalentna šema motora (po fazi).



Rotorske veličine su svedene na stator.

Ostale karakteristične veličine:

f_s [Hz] - statorska učestanost;

f_r [Hz] - rotorska učestanost;

$\omega_s = 2\pi \cdot f_s$ [rad.el./s] - kružna učestanost statora;
(električna sinhrona brzina)

$\omega_r = 2\pi \cdot f_r$ [rad.el./s] - kružna učestanost rotora;
(apsolutno klizanje)

$\omega = \omega_s - \omega_r$ [rad.el./s] - ugaona brzina;
(električna brzina rotora)

P - broj pari polova;

$\omega_m = \omega / P$ [rad.meh./s = rad/s] - mehanička ugaona brzina;
(mekanička brzina rotora)

$s = \omega_r / \omega_s = (\omega_s - \omega) / \omega_s$ - klizanje.
(relativno klizanje)

$$\omega_r = s \cdot \omega_s, \quad f_r = s \cdot f_s$$

Karakteristične brzine u različitim jedinicama :

$$n_s = \frac{60 \cdot f_s}{P} \text{ [o/min]} \quad \text{- sinhrona brzina}$$

$$\omega \text{ [rad.meh./s]} = \frac{2\pi \cdot n \text{ [o/min]}}{60}$$

$$n = n_s - n_r \text{ [o/min]}$$

$$s = n_r / n_s = (n_s - n) / n_s$$

$$n_r = s \cdot n_s$$

BAZNE VREDNOSTI

$U_b = U_{sn}$ – nominalna efektivna vrednost faznog napona

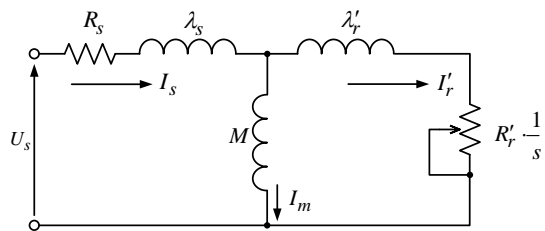
$I_b = I_{sn}$ – nominalna efektivna vrednost fazne struje

$\omega_b = 2\pi f_{sn}$ – nominalna kružna učestanost
(nominalna električna sinhrona brzina)

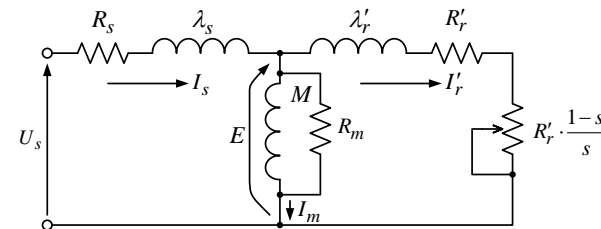
$$Z_b = U_b / I_b$$

$$P_b = q U_b I_b = 3 U_b I_b \quad q - \text{broj faza} = 3$$

$$M_b = P_b / (\omega_b / P)$$



TOKOVI SNAGE



$$P_s = 3 \cdot U_s \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s \quad - \text{ snaga statora, snaga uzeta iz izvora;}$$

$$P_{sCu} = 3 \cdot R_s \cdot I_s^2 \quad - \text{ snaga gubitaka u bakru statora;}$$

$$P_{Fe} = 3 \cdot E^2 / R_m \quad - \text{ snaga gubitaka u gvožđu} \quad \left(\lim_{R_m \rightarrow \infty} P_{Fe} \rightarrow 0 \right)$$

$$P_o = 3 \cdot (R_r' / s) \cdot (I_r')^2 \quad - \text{ snaga obrtnog magnetnog polja;}$$

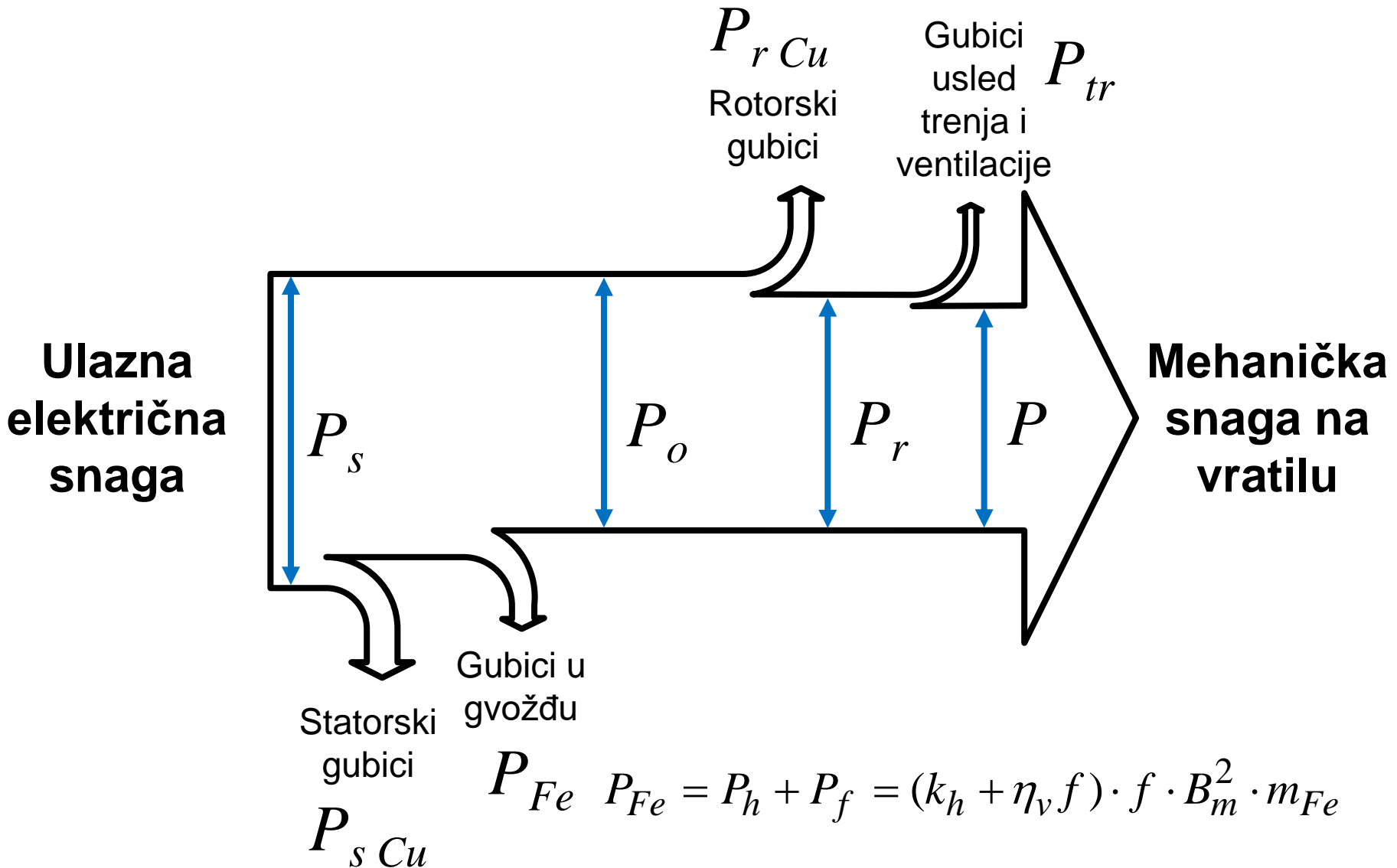
$$P_{rCu} = 3 \cdot R_r' \cdot (I_r')^2 = s \cdot P_o \quad - \text{ snaga gubitaka u bakru rotora;}$$

$$P_r = P_o - P_{rCu} = 3 \cdot R_r' \cdot \frac{1-s}{s} \cdot (I_r')^2 = (1-s) \cdot P_o \quad - \text{ mehanička snaga;}$$

(snaga elektromehničke konverzije)

$$P_{tr} \quad - \text{ snaga gubitaka na trenje i ventilaciju;}$$

$$P = P_r - P_{tr} \quad - \text{ korisna mehanička snaga.}$$



Napomena: Snaga P_{tr} prenosi se u opterećenje!

Elektromagnetni moment:

$$\begin{aligned} M_e &= \frac{P_r}{\omega_m} = 3 \cdot R'_r \cdot \underbrace{\frac{1-s}{s} \cdot (I'_r)^2}_{P_r} \cdot \frac{1}{\omega_m} = \\ &= 3 \cdot R'_r \frac{1-s}{s} \cdot (I'_r)^2 \cdot \left(\frac{\omega_s}{\omega} \right) \cdot \frac{P}{\omega} = \\ &= 3 \cdot P \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \frac{(I'_r)^2}{\omega_s} = 3 \cdot P \cdot R'_r \frac{(I'_r)^2}{\omega_r} \end{aligned}$$

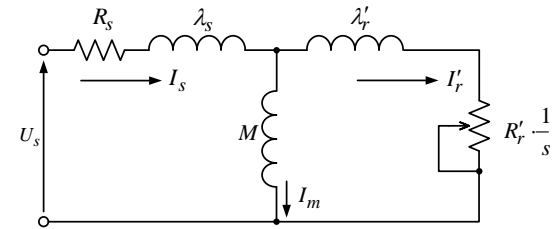
MEHANIČKA KARAKTERISTIKA (statička karakteristika momenta)

I slučaj:

U PREDSTOJEĆOJ ANALIZI PRETPOSTAVIMO DA JE $E = \text{const.}$

$$M_e = M_e(\omega)$$

$$|I'_r(s)| = \frac{|E|}{\sqrt{(R'_r/s)^2 + (\omega_s \cdot \lambda'_r)^2}}$$



$$M_e(s) = 3 \cdot P \cdot \frac{E^2}{\omega_s} \frac{R'_r/s}{(R'_r/s)^2 + (\omega_s \cdot \lambda'_r)^2}$$

$$M_e(\omega_r) = 3 \cdot P \cdot \left(\frac{E}{\omega_s} \right)^2 \frac{\omega_r \cdot R'_r}{(R'_r)^2 + (\omega_r \cdot \lambda'_r)^2}$$

Funkcija $M_e(s)$ ima ekstremum koji se može naći iz:

$$\frac{dM_e(s)}{ds} = 0$$

Momenat u tački ekstremuma naziva se **PREVALNI MOMENAT** (M_p),
a odgovarajuće klizanje **PREVALNO KLIZANJE** (s_p).

$$s_p = \pm \frac{R'_r}{\omega_s \cdot \lambda'_r}; \quad M_p = \pm \frac{3 \cdot P}{2} \cdot \left(\frac{E}{\omega_s} \right)^2 \frac{1}{\lambda'_r}$$

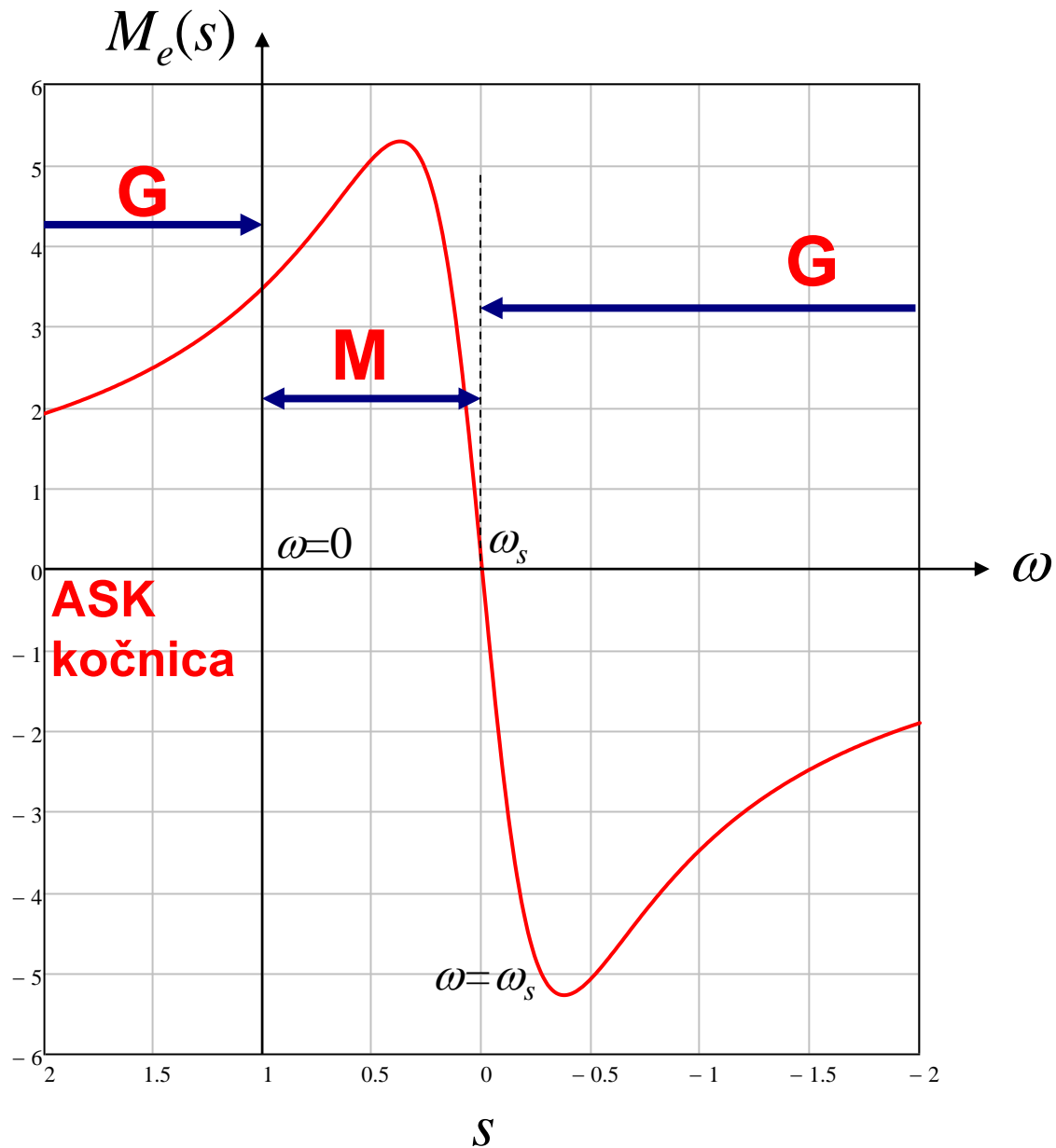
KLOSS - ova FORMULA

$$\frac{M_e}{M_p} = \frac{2}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} = \frac{2}{\frac{\omega_r}{\omega_{rp}} + \frac{\omega_{rp}}{\omega_r}}$$

Važno:

$$\omega_{rp} = \omega_s \cdot s_p = \pm \frac{R'_r}{\lambda'_r} = \text{const.}$$

Statička karakteristika momenta, pri $E=\text{const.}$



STATIČKE KARAKTERISTIKE STRUJA

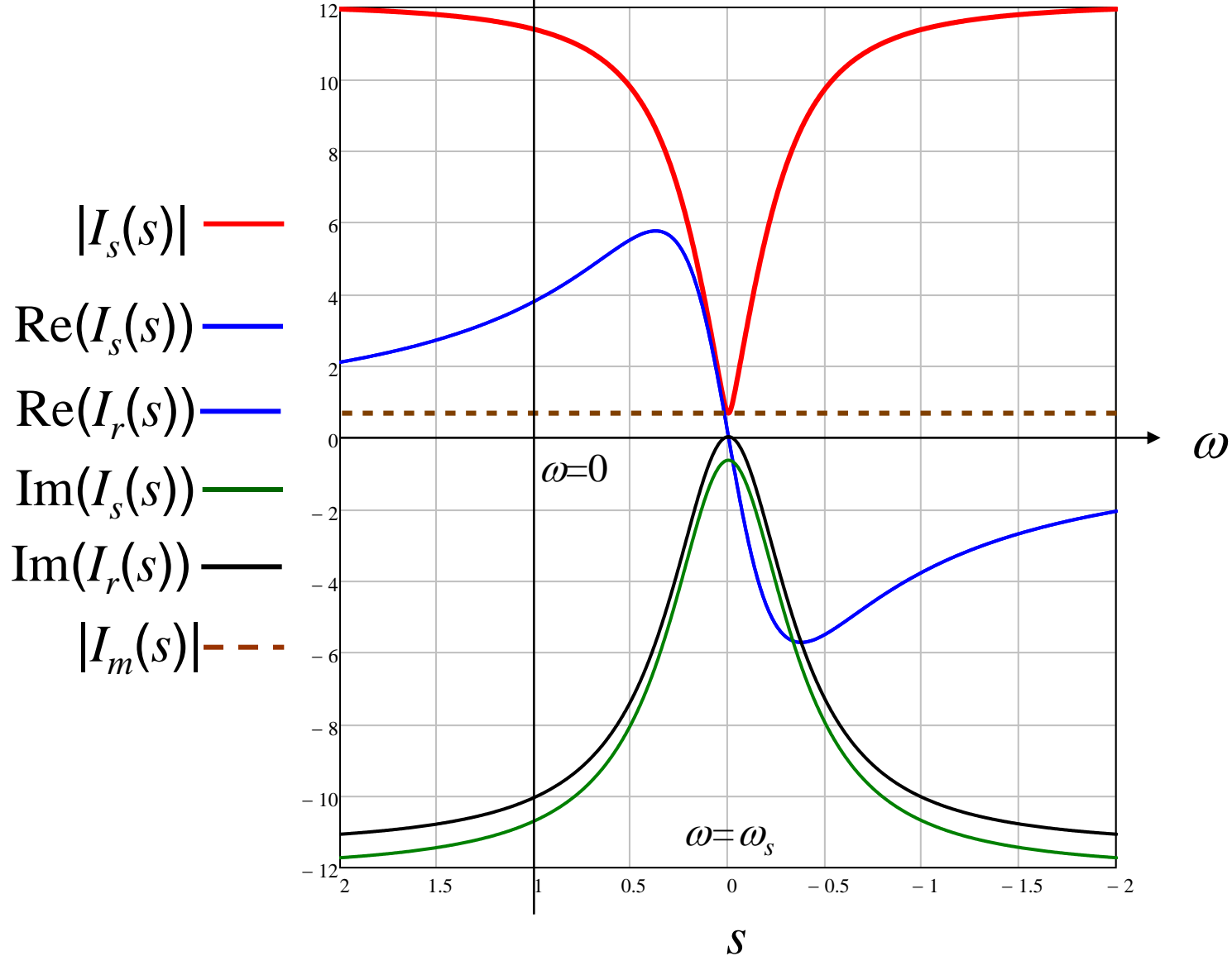
$$\vec{I}_s = \vec{I}'_r + \vec{I}_m$$

$$\vec{I}'_r = \frac{E \cdot R'_r / s}{(R'_r / s)^2 + (\omega_s \cdot \lambda'_r)^2} - j \frac{E \cdot \omega_s \cdot \lambda'_r}{(R'_r / s)^2 + (\omega_s \cdot \lambda'_r)^2} = I'_{ra} - jI'_{rr}$$

$$\vec{I}_m = -j \frac{E}{\omega_s \cdot M} \quad \text{za } P_{Fe} \approx 0 \quad \text{ili} \quad (R_m \rightarrow \infty)$$

Statičke karakteristike struja, $E = \text{const.}$

$R_s = 0 \text{ r.j.}; R_r' = 0,03 \text{ r.j.}; \lambda_s = \lambda_r' = 0,08 \text{ r.j.}; M = 1,4 \text{ r.j.}$



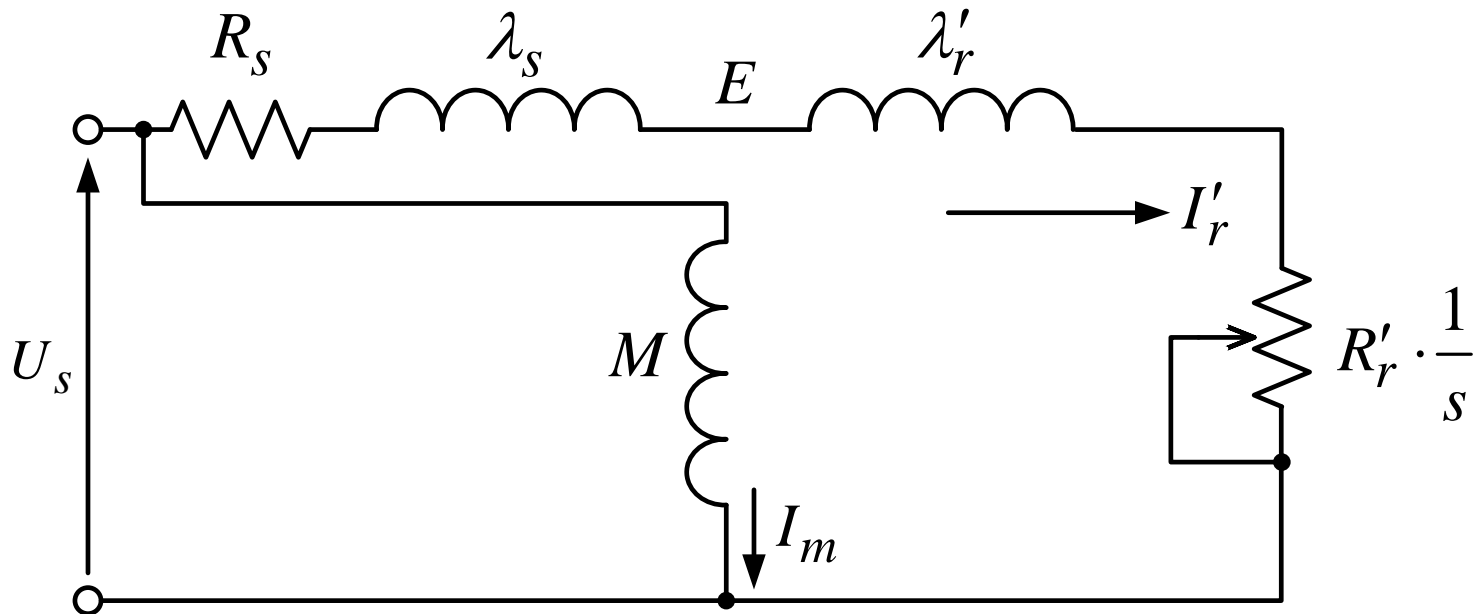
RAZMOTRIMO REALAN (realniji) SLUČAJ

II slučaj:

$$E \neq \text{const.} \quad U_s = \text{const.}$$

Dve pretpostavke:

1. $P_{Fe} = 0 \Rightarrow R_m \rightarrow \infty$
2. $\omega_s^2 \cdot M^2 \gg R_s^2 + \omega_s^2 \cdot \lambda_s^2$ (sasvim realna pretpostavka)



Sa navedenim pretpostavkama se može napisati:

$$|\vec{I}'_r| = \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R'_r/s)^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2}}$$

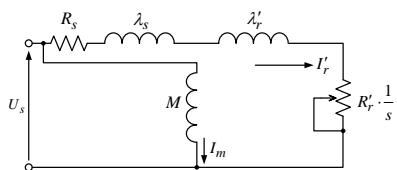
$$M_e = \frac{3 \cdot P \cdot U_s^2}{\omega_s} \cdot \frac{R'_r/s}{(R_s + R'_r/s)^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2}$$

$$s_p = \pm \frac{R'_r}{\sqrt{R_s^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2}} = f(\omega_s)$$

$$M_p = \pm \frac{3 \cdot P \cdot U_s^2}{2 \cdot \omega_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_s^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2} \pm R_s}$$

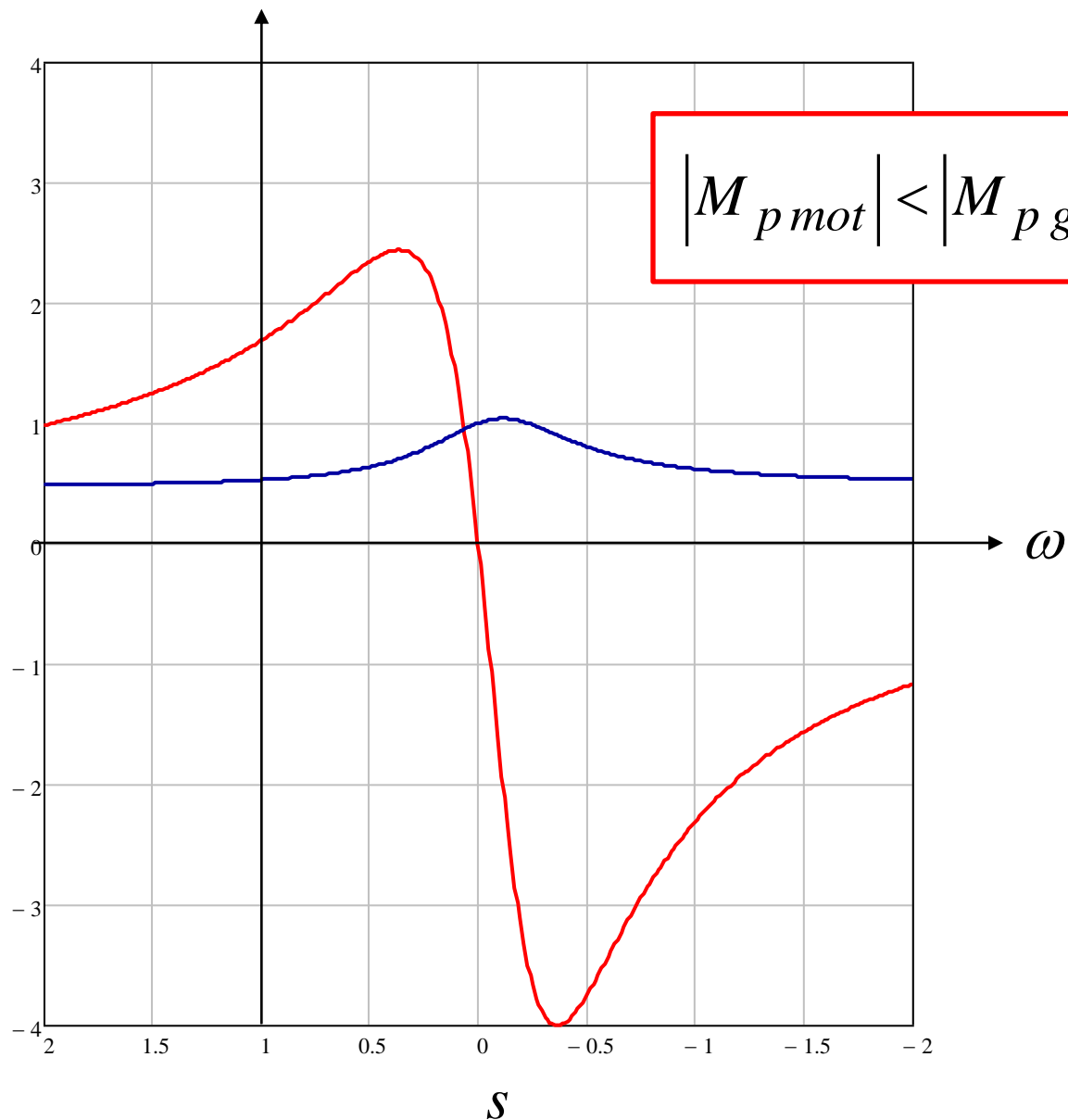
znaci: + za motorni režim;
- za generatorski režim.

Statička karakteristika momenta, pri $E \neq \text{const.}$, $U_s = U_{sn} = \text{const.}$



$M_e(s)$ ———

$|E(s)|$ ———

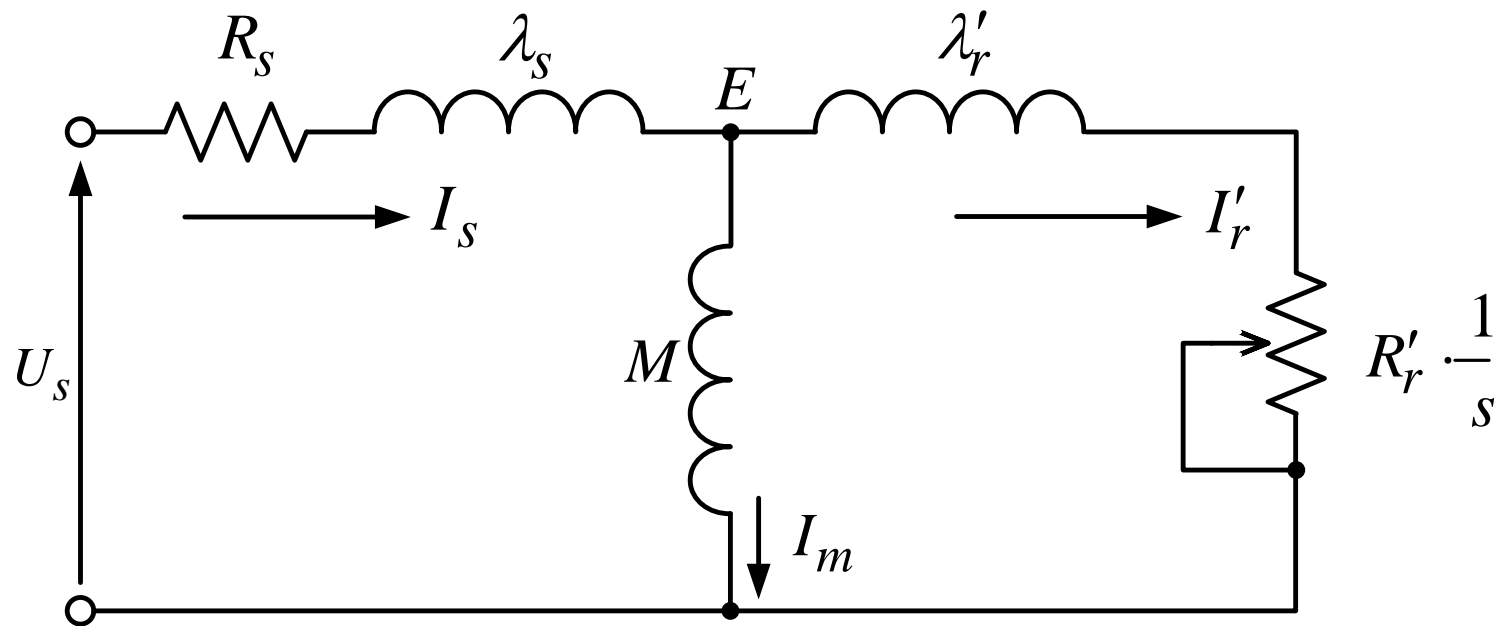


RAZMOTRIMO SLUČAJ BEZ ZANEMARENJA INDUKTIVNOSTI MAGNEĆENJA

III slučaj:

$$E \neq \text{const.} \quad U_s = \text{const.}$$

Jedina pretpostavka: $P_{Fe} = 0 \Rightarrow R_m \rightarrow \infty$



$$Z_s = R_s + j \cdot \omega_s \cdot \lambda_s \quad Z'_r(s) = R'_r / s + j \cdot \omega_s \cdot \lambda'_r$$

$$Z_m = j \cdot \omega_s \cdot M$$

$$Z_e(s) = Z_s + Z_m \parallel Z'_r(s)$$

$$\vec{I}_s(s) = \frac{U_s}{Z_e(s)}$$

$$\vec{E}(s) = U_s - Z_s \cdot \vec{I}_s$$

$$\vec{I}_m(s) = \frac{\vec{E}(s)}{Z_m}$$

$$\vec{I}'_r(s) = \frac{\vec{E}(s)}{Z'_r(s)} = \vec{I}_s(s) - \vec{I}_m(s)$$

$$M_e = \frac{P_r}{\omega_m} = 3 \cdot P \cdot \frac{R'_r}{s} \cdot \frac{|\vec{I}'_r|^2}{\omega_s} = 3 \cdot P \cdot R'_r \frac{|\vec{I}'_r|^2}{\omega_r}$$

Kod velikih mašina može se smatrati $R_s \approx 0$ **III slučaj**
(pojednostavljen):

Sada je:

$$M_e = \frac{3 \cdot P \cdot U_s^2}{\omega_s} \cdot \frac{R'_r / s}{(R'_r / s)^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2}$$

$$s_p = \pm \frac{R'_r}{\omega_s \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)}$$

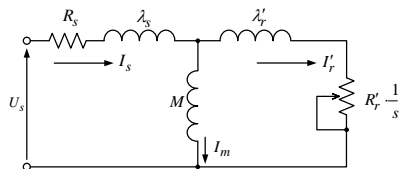
$$M_p = \pm \frac{3 \cdot P}{2} \cdot \left(\frac{U_s}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{1}{\lambda_s + \lambda'_r}$$

Veoma slično kao kod $E=\text{const.}$ Može se izvesti KLOSS - ova formula.

$$\frac{M_e}{M_p} = \frac{2}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}$$

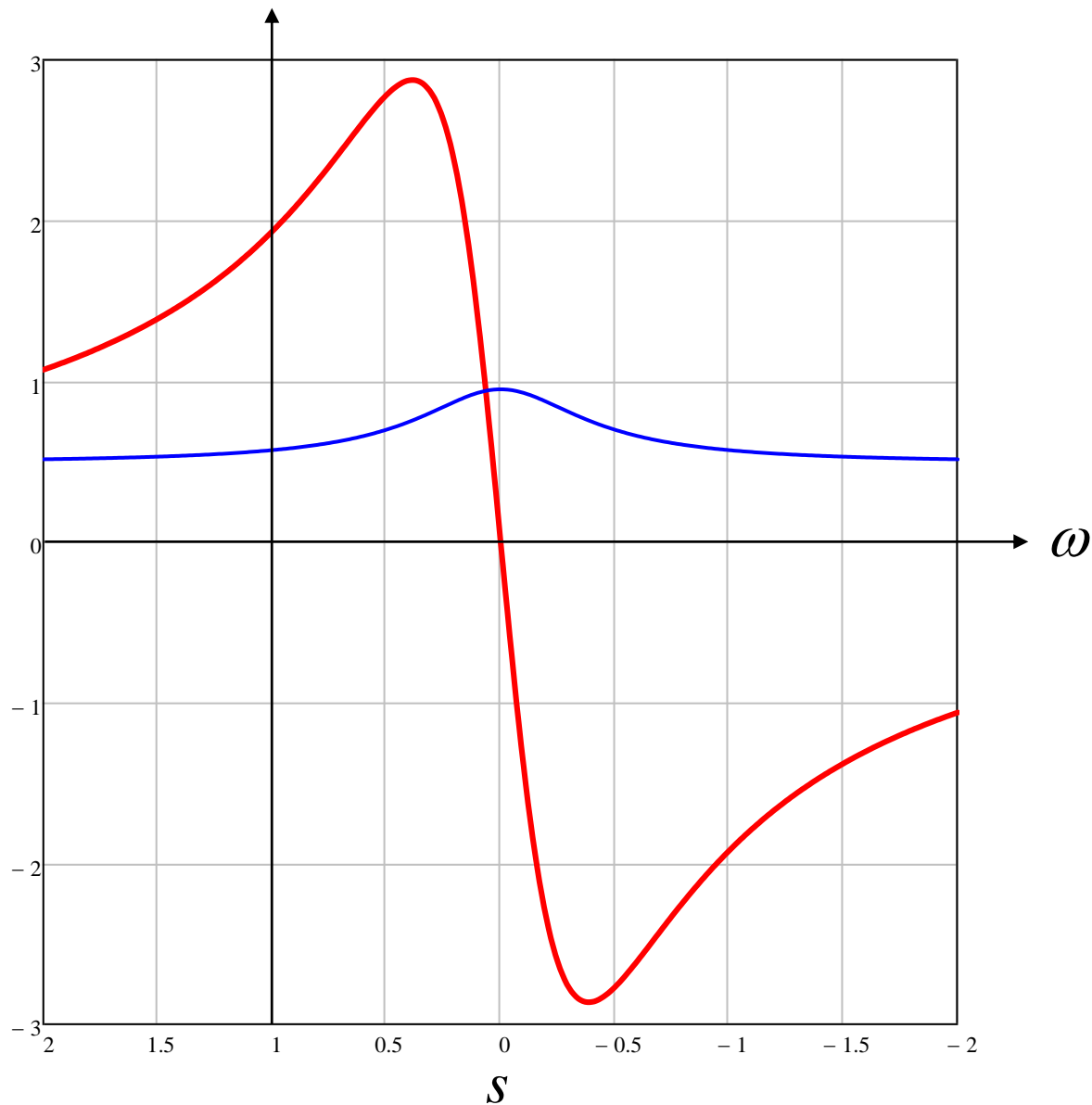
Statička karakteristika momenta, pri $E \neq \text{const.}$, $U_s = U_{sn} = \text{const.}$

$$R_s = 0$$



$$M_e(s) \quad \text{— red line —}$$

$$|E(s)| \quad \text{— blue line —}$$



UTICAJ KARAKTERISTIČNIH VELIČINA I PARAMETARA NA KARAKTERISTIKE MOTORA

Posmatraćemo samo neke od veličina i parametara koji su značajni za podešavanje brzine:

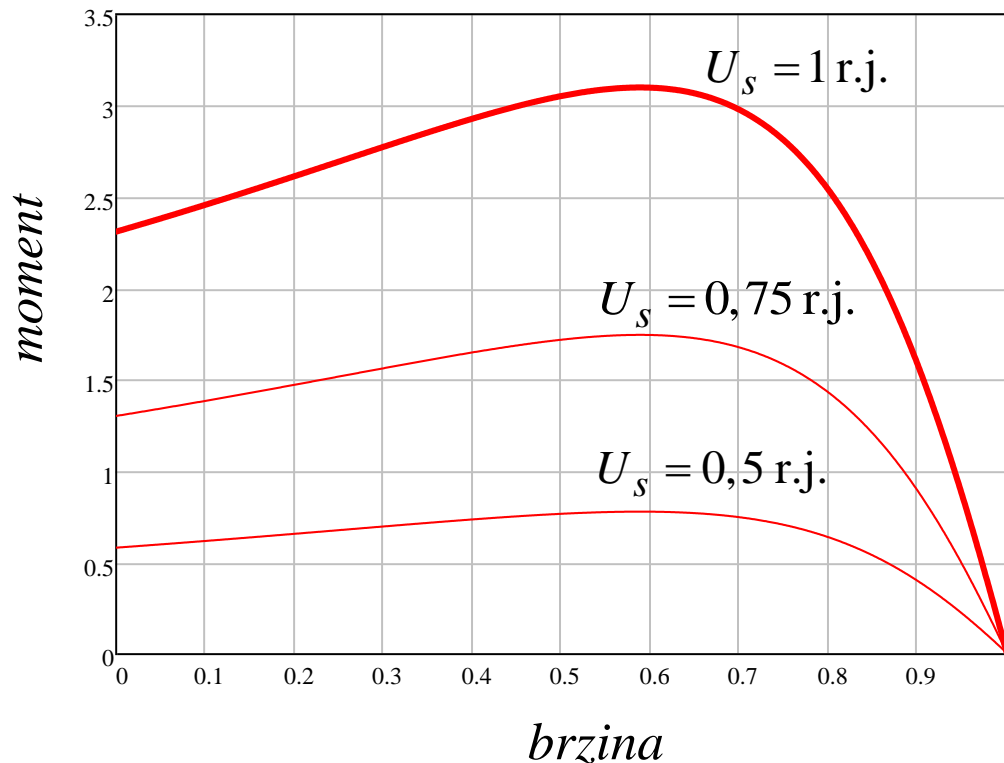
- Promena napona statora – naponsko napajanje;
- Promena statorske učestanosti (naponsko napajanje);

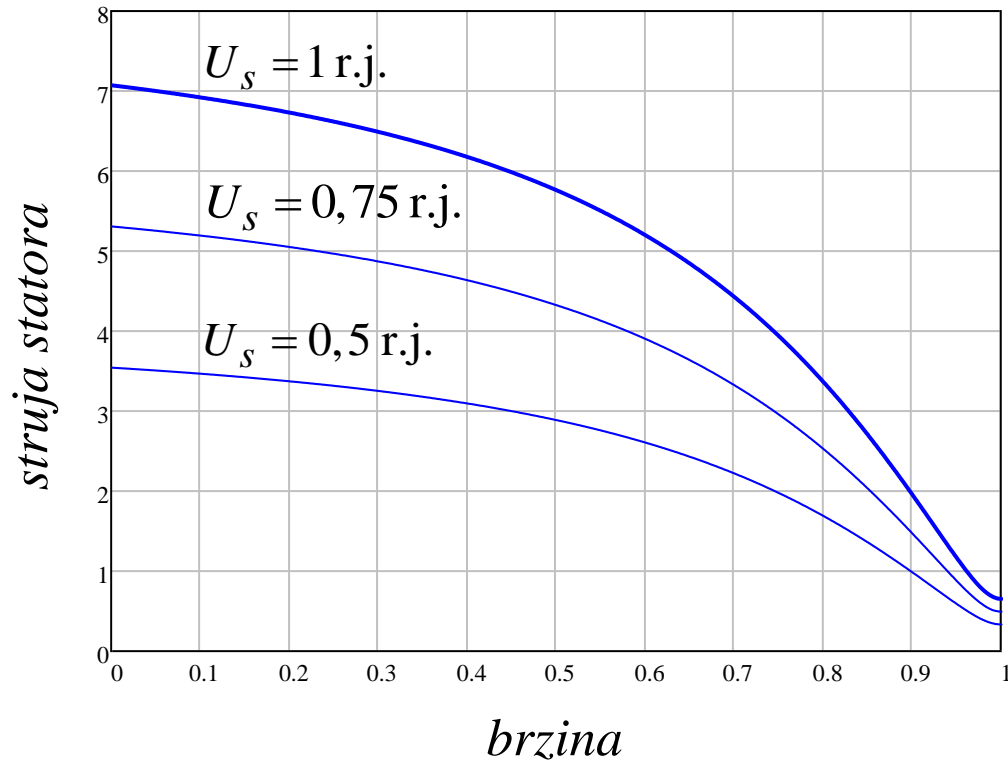
Promena napona statora pri konstantnoj učestanosti

Na osnovu ekvivalentne šeme i izraza za moment:

$$M_e = M_e(U_s^2); \quad M_{pol} = M_{pol}(U_s^2); \quad M_{pr} = M_{pr}(U_s^2);$$

$$I_s = I_s(U_s), \quad s_{pr} \neq s_{pr}(U_s)$$



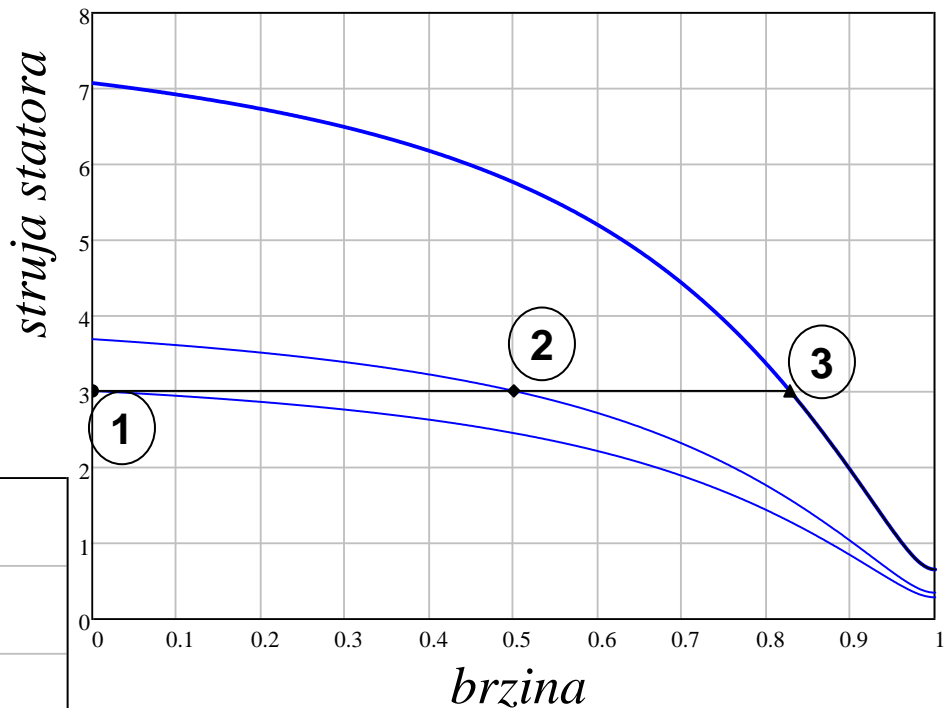
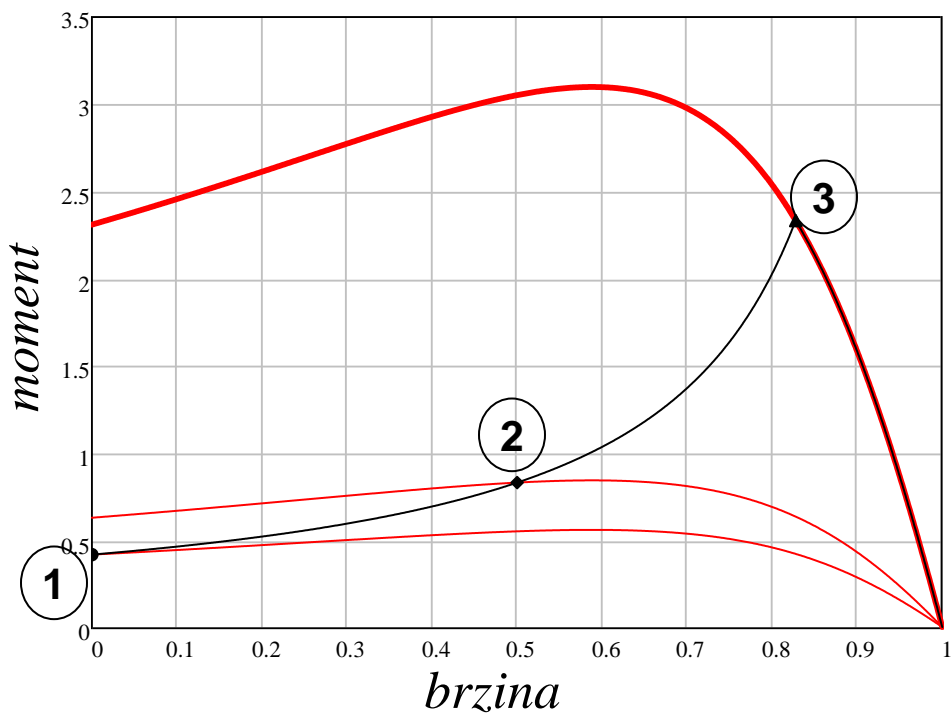


Promene na karakteristikama su važne zbog:

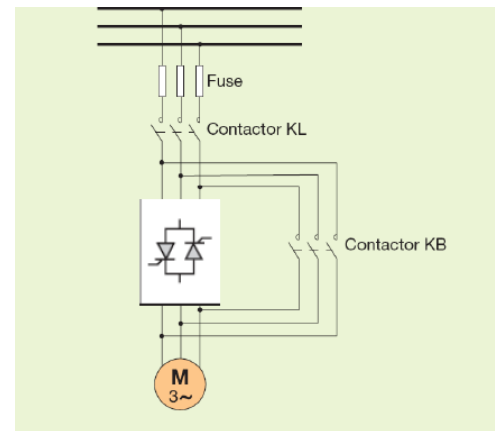
1. Slučajnih varijacija napona u mreži;
2. Puštanja motora u rad pri sniženom naponu;
3. Podešavanje brzine (ograničeni opseg, zavisi od oblika mehaničke karakteristike opterećenja).

Prilikom puštanja motora u rad sa sniženim naponom, koristi se ograničenje struje do izlaska na prirodnu karakteristiku (nominalni napon).

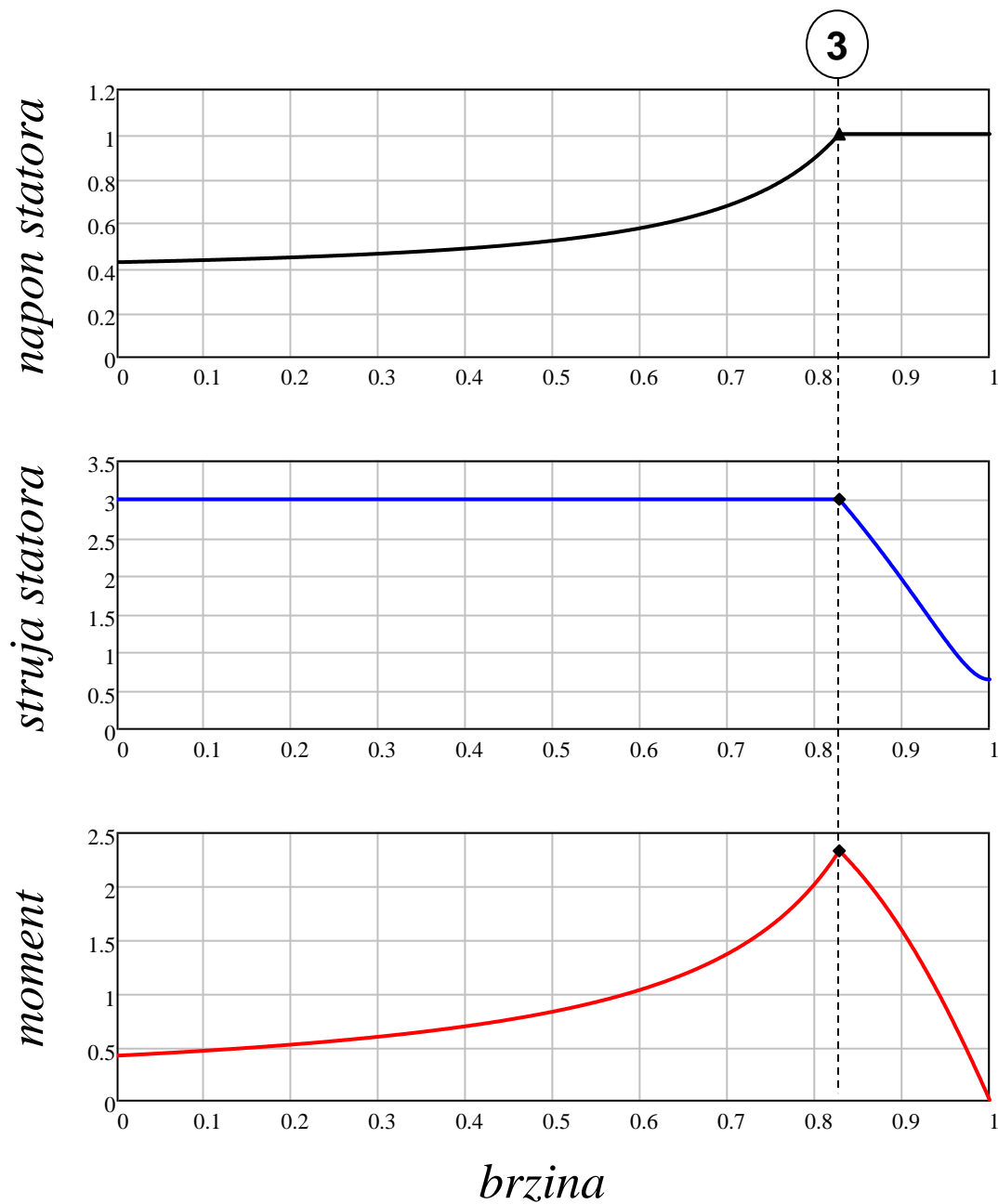
- ① $U_s = 0,424$ r.j. $\omega = 0$ $I_s = 3$ r.j.
- ② $U_s = 0,521$ r.j. $\omega = 0,5$ r.j. $I_s = 3$ r.j.
- ③ $U_s = 1$ r.j. $\omega = 0,828$ $I_s = 3$ r.j.



“Soft starter”



Puštanje motora u rad sa
sniženim naponom (sa
ograničenom strujom)



Promena statorske učestanosti (naponsko napajanje)

U najjednostavnijem slučaju, $E = \text{const.}$

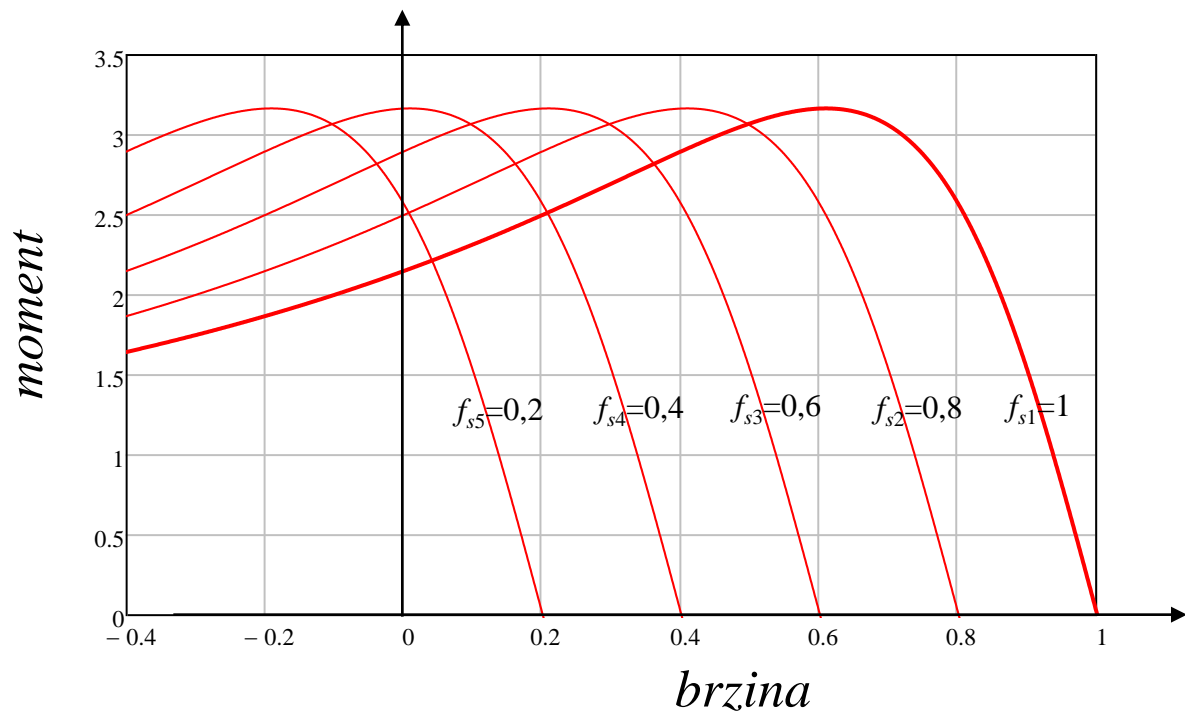
$$M_e(\omega_r) = 3 \cdot P \cdot \left(\frac{E}{\omega_s} \right)^2 \frac{\omega_r \cdot R'_r}{(R'_r)^2 + (\omega_r \cdot \lambda'_r)^2}$$

$$M_p = \pm \frac{3 \cdot P}{2} \cdot \frac{1}{\lambda'_r} \cdot \left(\frac{E}{\omega_s} \right)^2 \quad \omega_{rp} = \pm \frac{R'_r}{\lambda'_r} = \text{const.}$$

Ako je:

$$\frac{E}{\omega_s} = \psi = \text{const.} \Rightarrow M_p = \text{const.}$$

Familija
karakteristika
data je na slici:



Polazeći od izraza za moment
u ovom slučaju:

$$M_e(\omega_r) = 3 \cdot P \cdot \left(\frac{E}{\omega_s} \right)^2 \cdot \frac{\omega_r \cdot R'_r}{(R'_r)^2 + \omega_r^2 \cdot \lambda'_r{}^2}$$

Može se zaključiti da je za $M_e = \text{const.} \Rightarrow \omega_r = \text{const.}$

Ovaj slučaj odgovara i slučaju sa $\frac{U_s}{\omega_s} = \frac{U_{sn}}{\omega_{sn}} = \text{const.}$ uz zanemarenje $R_s = 0$.

U realnijem slučaju: $U_s = \text{const.}$ $R_s \neq 0, P_{Fe} = 0, M \rightarrow \infty$

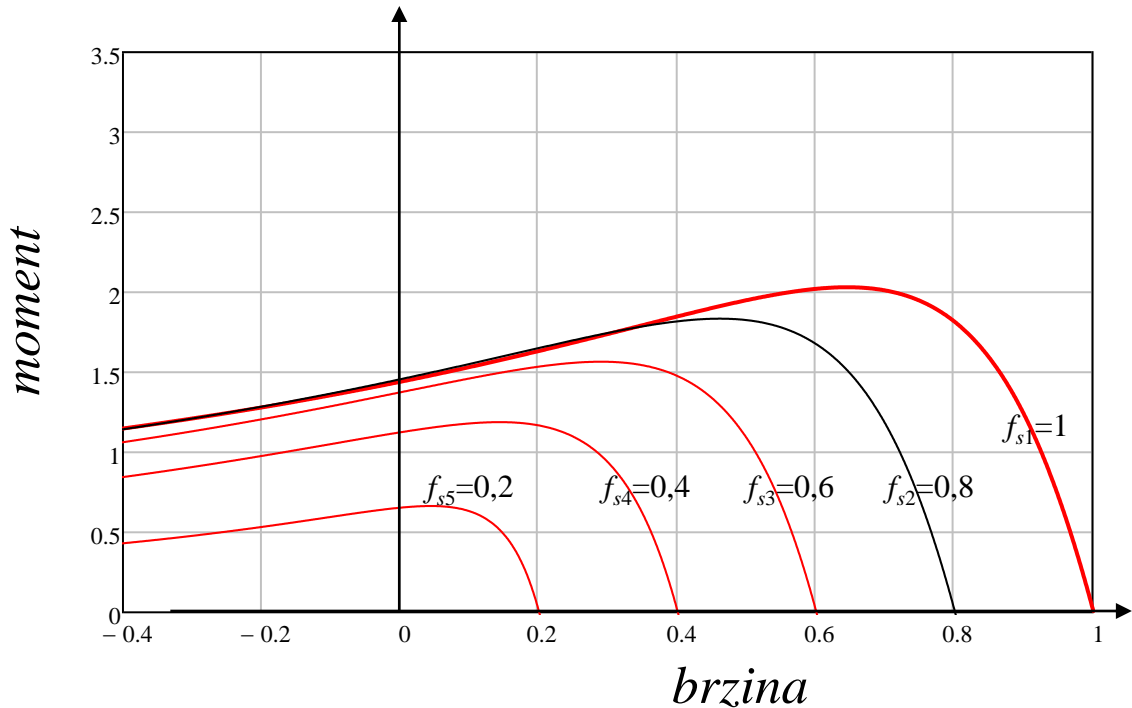
$$M_p = \pm \frac{3 \cdot P}{2} \cdot \frac{U_s^2}{\omega_s} \frac{1}{\sqrt{R_s^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda_r')^2 \pm R_s}} = f(U_s, \omega_s)$$

$$s_p = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda_r')^2}} = f(\omega_s)$$

Ako se u ovom slučaju obezbedi

$$\frac{U_s}{\omega_s} = \frac{U_{sn}}{\omega_{sn}} = \text{const.}$$

dobijaju se karakteristike prikazane na slici desno.



Povoljniji oblik mehaničkih karakteristika dobija se odstupanjem od održavanja odnosa napona i učestanosti na konstantnoj vrednosti.

$$\frac{U_s}{f_s} = \frac{U_{sn}}{f_{sn}} = \text{const.}$$

Zavisnost napona od učestanosti (naponska kompenzacija)

$$U_s = f(\omega_s)$$

određuje se po različitim kriterijumima.

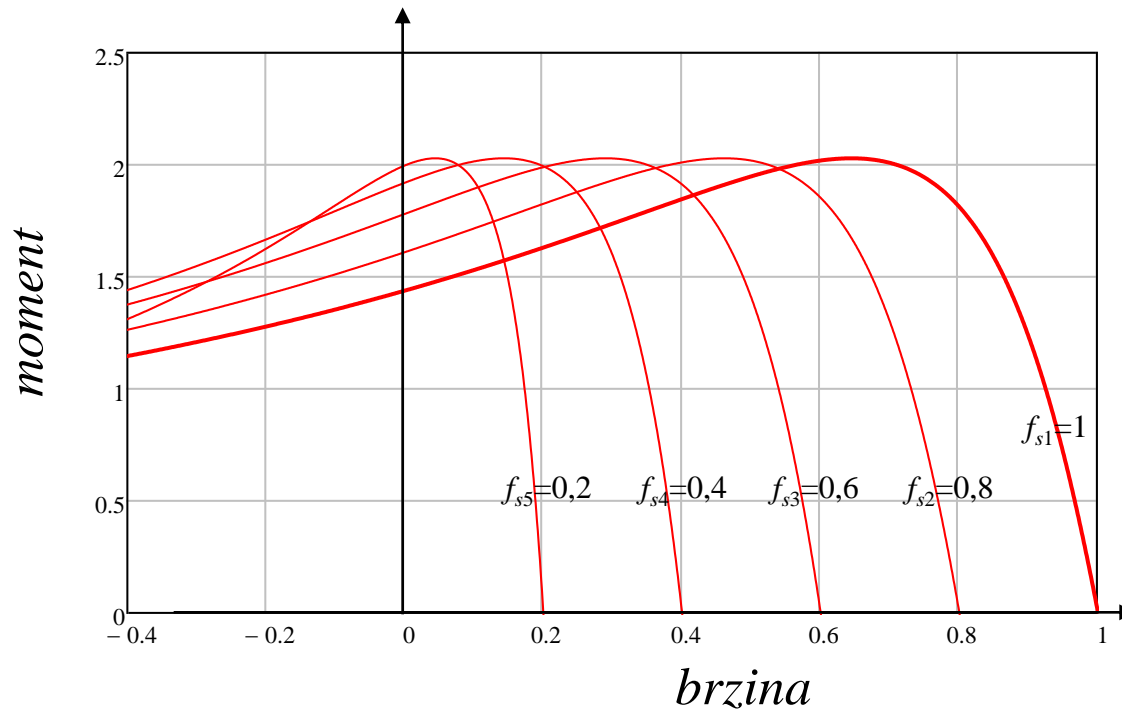
U posmatranom slučaju kada se želi održati konstantan prevalni momenat, pri svim učestanostima manjim od nominalne ova zavisnost je:

[N:]

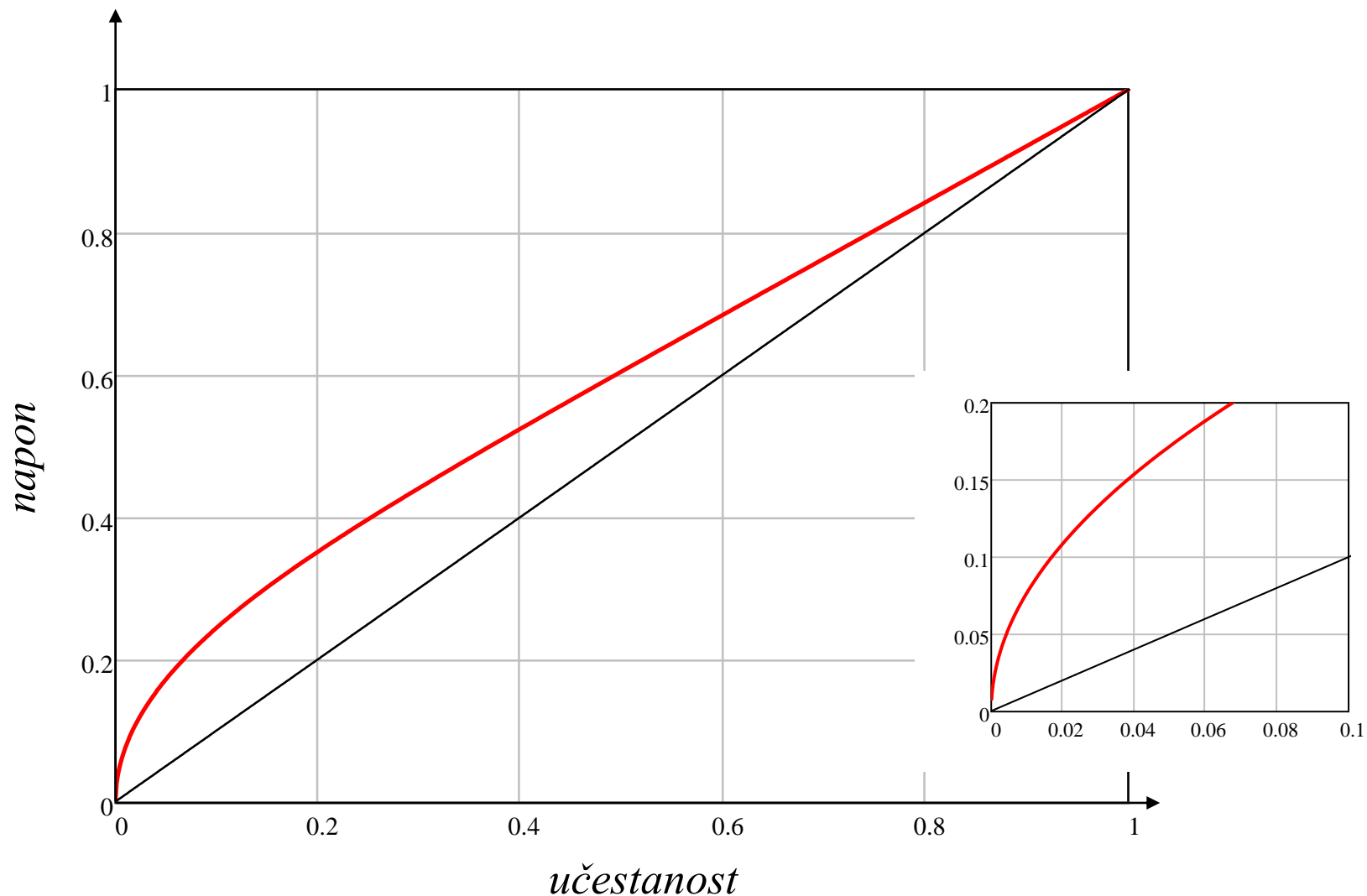
$$U_{sk} = \sqrt{\frac{2}{3 \cdot P} \cdot M_p \cdot \omega_s \cdot \left(\sqrt{R_s^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2} + R_s \right)} = f(\omega_s)$$

Mehaničke karakteristike uz primenjenu kompenzaciju napona su:

$$U_{sk} = \sqrt{\frac{2}{3 \cdot P} \cdot M_p \cdot \omega_s \cdot \left(\sqrt{R_s^2 + \omega_s^2 \cdot (\lambda_s + \lambda'_r)^2} + R_s \right)} = f(\omega_s)$$



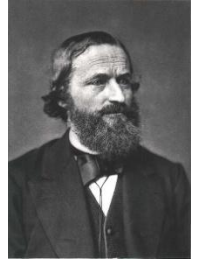
Zavisnost napona od učestanosti uz kompenzaciju kojom se obezbeđuje isti prevalni moment



Razmotrimo sada i slučaj analize rada asinhronog motora u kojoj se mora uzeti u obzir uticaj grane magnećenja, uz zanemarene gubitke u gvožđu.

$$(P_{Fe} \approx 0)$$

Postavljajući odgovarajuće jednačine po drugom Kirhofovom zakonu može se dobiti izraz za struju rotora:



Gustav Robert
Kirchhoff
(1824-1887)

[N:]

$$\vec{I}'_r(U_s, \omega_s, \omega_r) = \frac{U_s}{j \cdot \omega_s \cdot M - \left(\frac{R'_r + j \cdot \omega_r \cdot (\lambda'_r + M)}{j \cdot \omega_r \cdot M} \right) (R_s + j \cdot \omega_s \cdot (\lambda_s + M))}$$

Moment motora se sada može odrediti:

[N:]

$$M_e(U_s, \omega_s, \omega_r) = 3 \cdot P \cdot \frac{R'_r}{\omega_r} \cdot \left| \vec{I}'_r(U_s, \omega_s, \omega_r) \right|^2$$

Rešavanjem jednačine:

$$\frac{\partial}{\partial \omega_r} M_e (U_s, \omega_s, \omega_r) = 0$$

po ω_r za različito ω_s dobija se $\omega_{rp} = \omega_{rp} (\omega_s)$.
Ova zavisnost nije funkcija napona statora.

Rešavanjem jednačine:

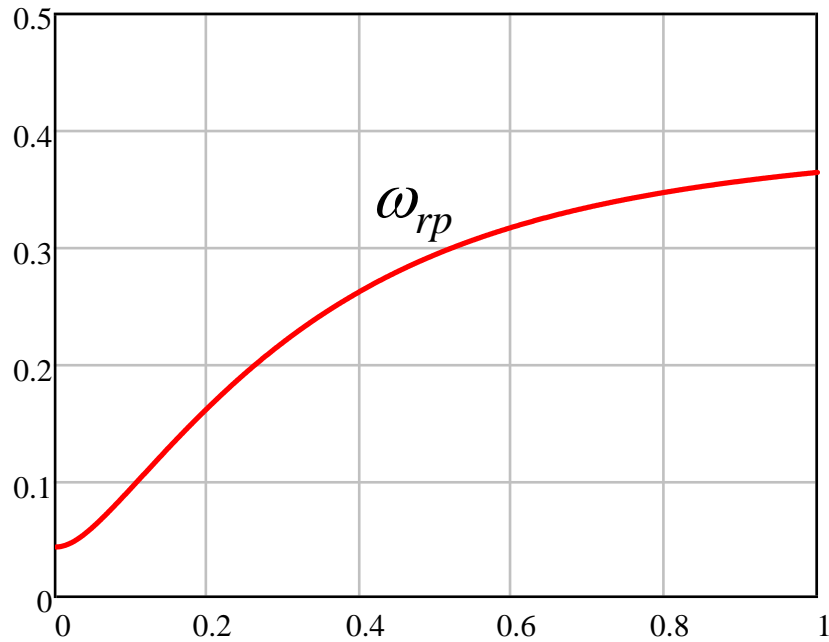
$$M_e (U_s, \omega_s, \omega_{rp} (\omega_s)) = M_e (U_{sn}, \omega_{sn}, \omega_{rpn})$$

po U_s dobija se zavisnost $U_s = f (\omega_s)$

koja će obezbediti isti prevalni moment pri svim učestanostima, kao pri nominalnoj učestanosti i naponu.

Zavisnost prevalne učestanosti u rotoru

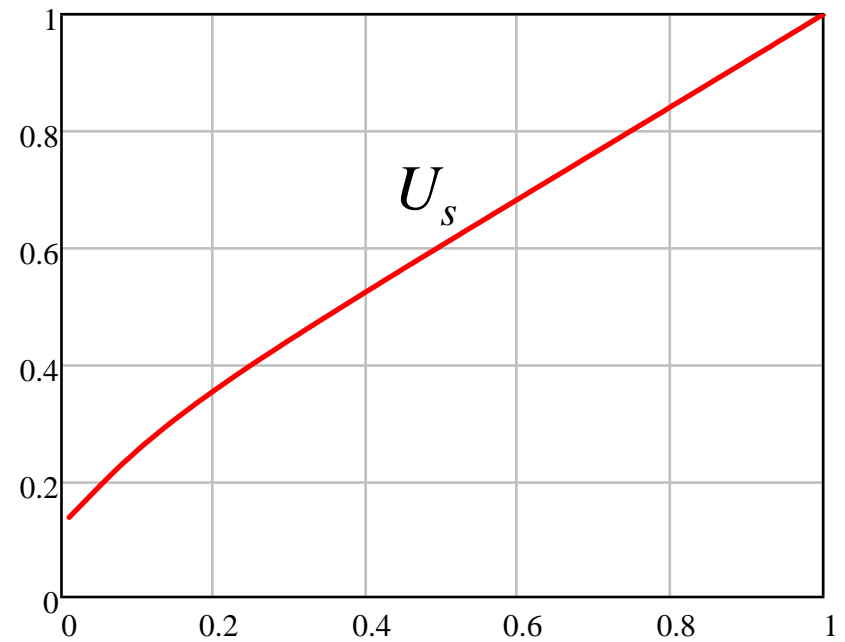
[r.j.]



učestanost [r.j.]

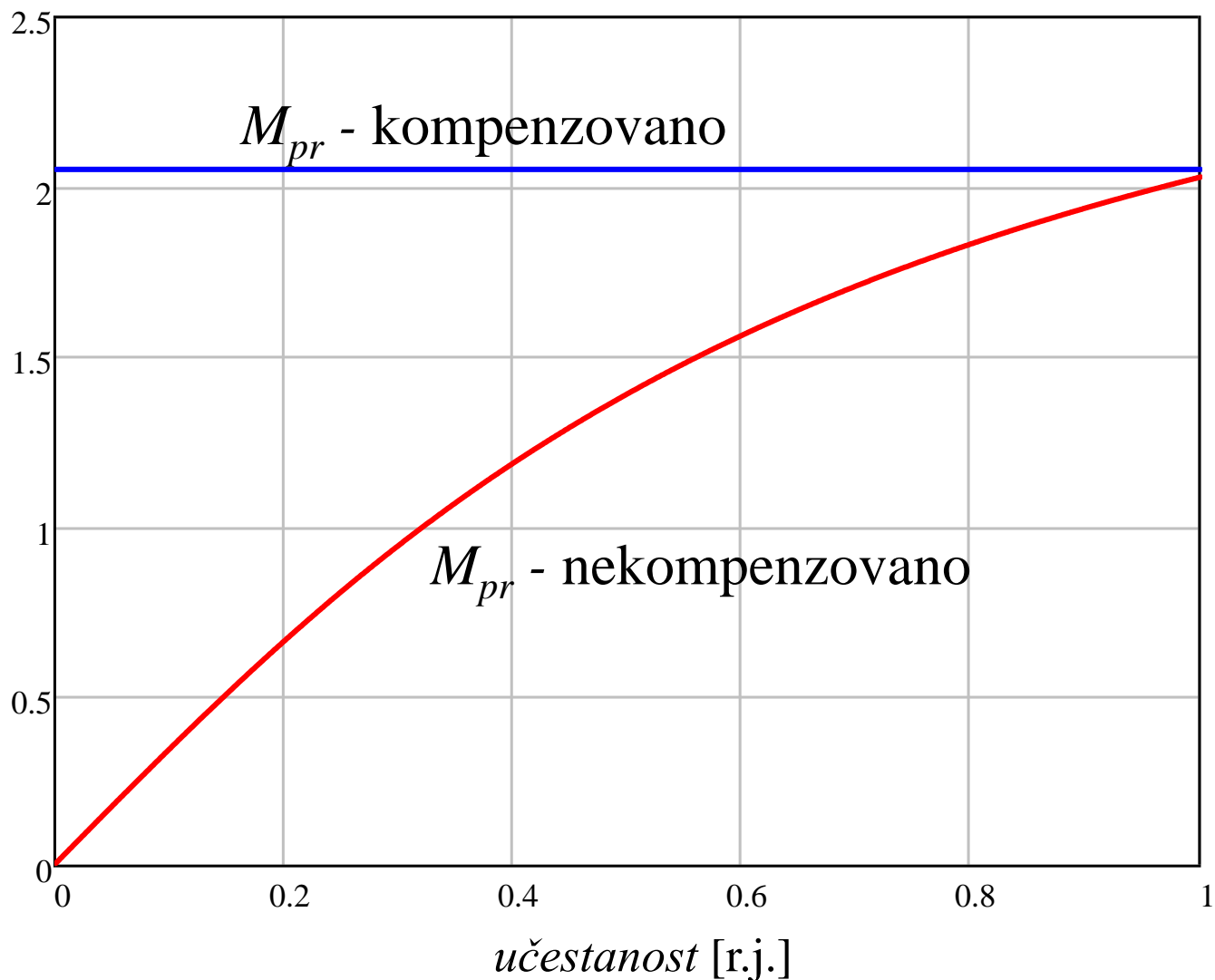
Zavisnost napona od učestanosti

[r.j.]

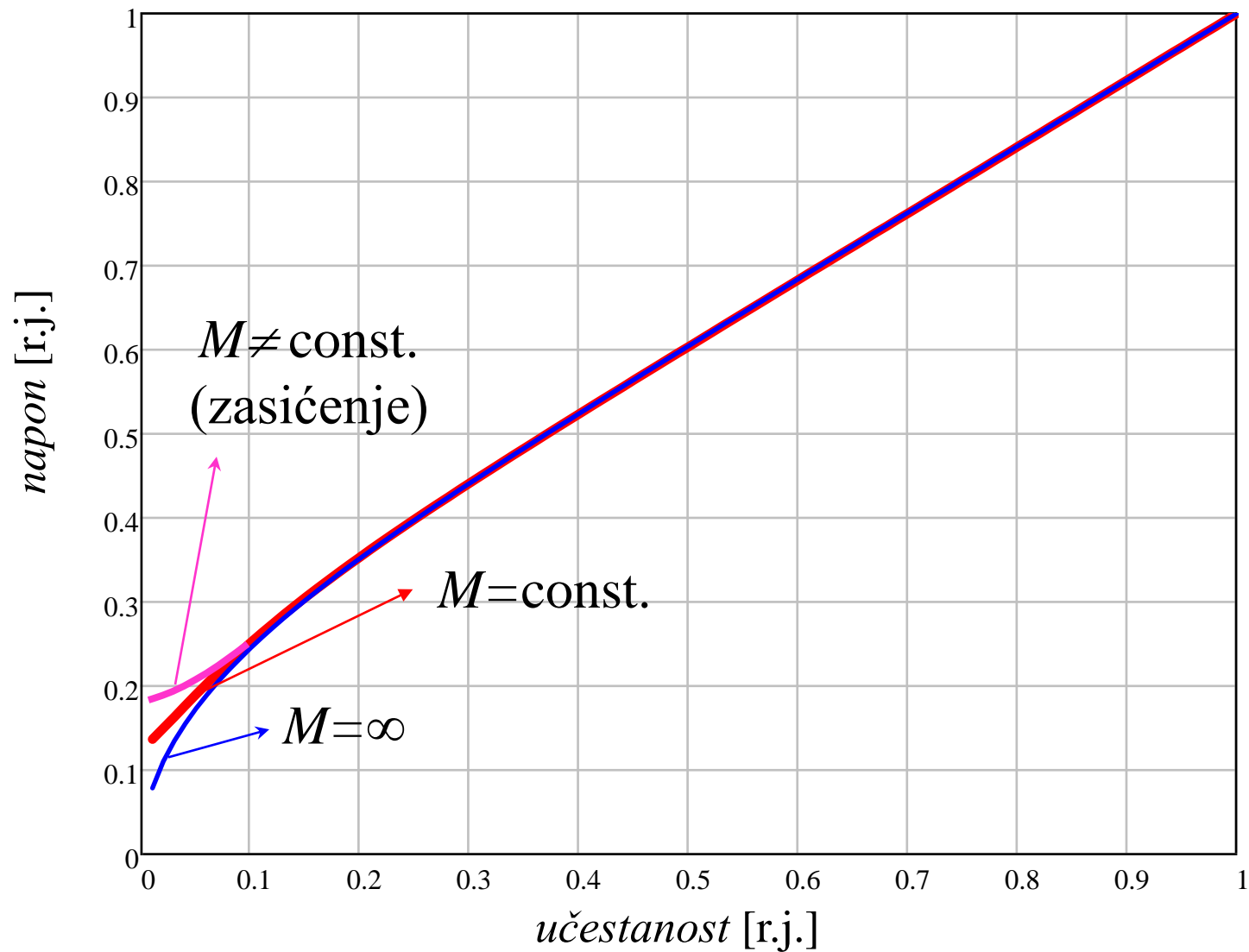


učestanost [r.j.]

Dijagrami prevalnog momenta u funkciji učestanosti kada se održava $U_s / f_s = \text{const.}$ (nekompenzovan slučaj), i kada se uvažava izvedena zavisnost $U_s = f(f_s)$ (kompenzovan slučaj).

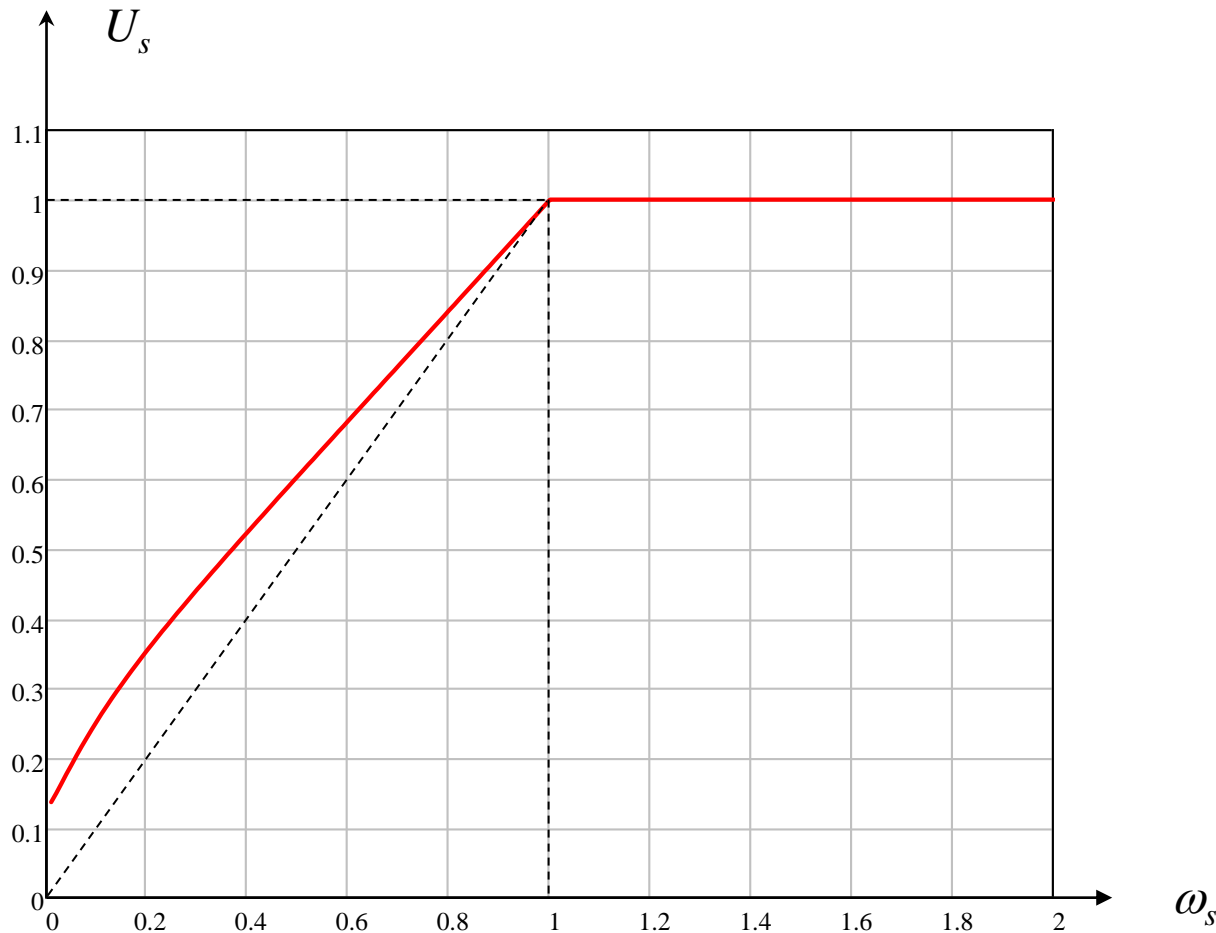


Zavisnosti napona od učestanosti izračunate za tri različita pristupa proračunu.



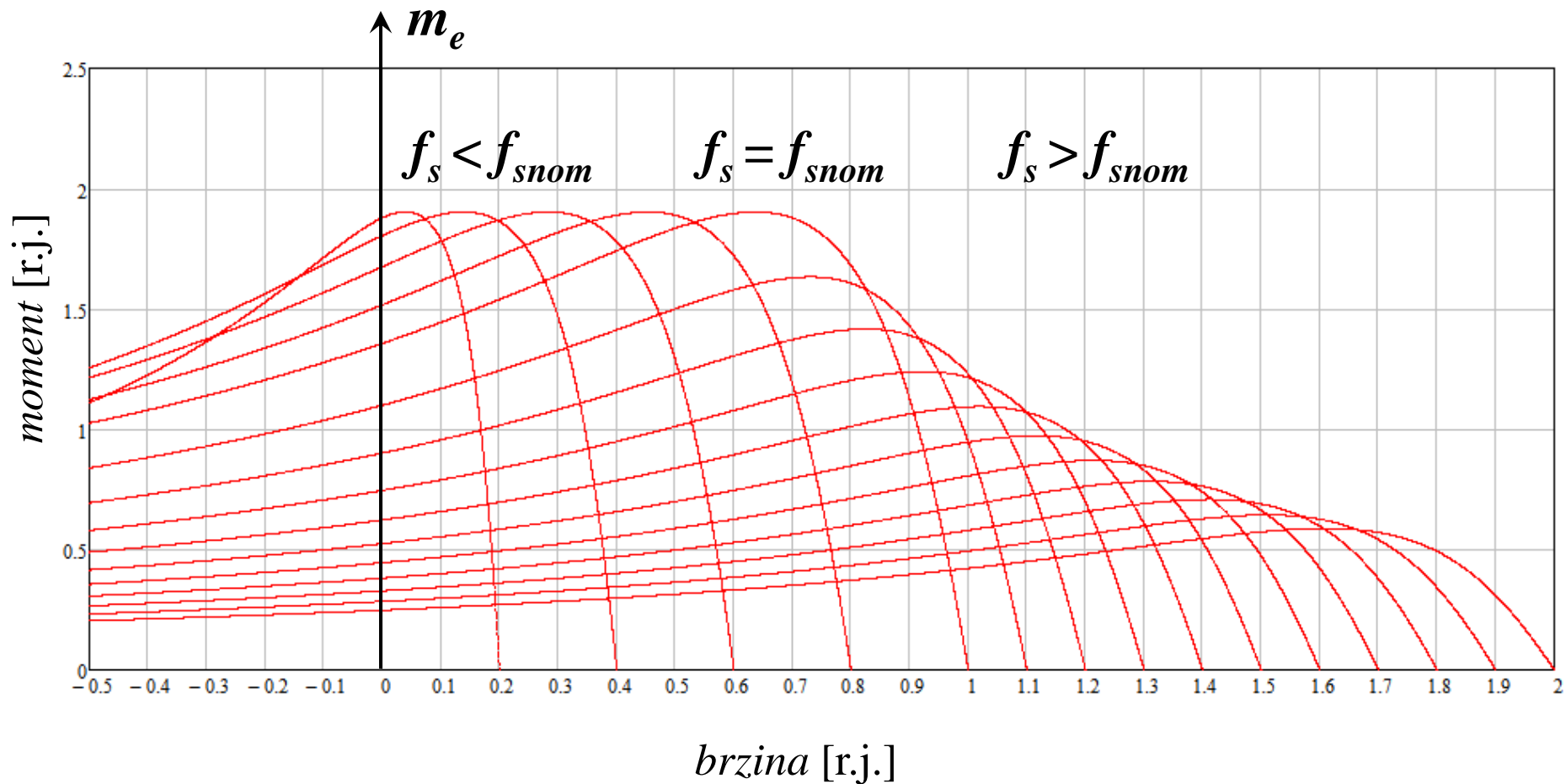
Za učestanosti veće od nominalne napon se ne može povećavati preko nominalnog:

$$U_s = U_{nom} = \text{const.}$$



To se naravno odražava na smanjenje prevalnog momenta.

Familija statičkih karakteristika sa promenljivom učestanošću



KOČENJE ASINHRONOG MOTORA

Postoje tri načina kočenja:

1. Rekuperativno;
2. Protivstrujno na dva načina;
3. Dinamičko ili kočenje jednosmernom strujom.

Analiziraćemo samo rekuperativno kočenje.

1. Rekuperativno kočenje

Pokazano je da asinhroni motor radi kao asinhroni generator (razvija negativan momenat) kada je brzina obrtanja veća od sinhronne brzine ($\omega > \omega_s$), odnosno kada je klizanje negativno ($s < 0$).

U režimu asinhronog generatora mehanička energija koja se pretvara u električnu predaje (“vraća”) se izvoru napajanja, ako ovaj može da primi.

Rekuperativno kočenje

- U opisani režim kočenja može se doći na dva načina:
 - a) Ako se brzina motora poveća iznad sinhrona.* Tipičan primer su kolica sa asinhronim pogonom na nizbrdici.
 - b) Ako se sinhrona brzina smanji ispod trenutne brzine.* Primeri su smanjenje učestanosti napajanja, ili povećanje broja polova.

Rekuperativno kočenje

- Za realizaciju ovog kočenja nije potrebna dodatna oprema.

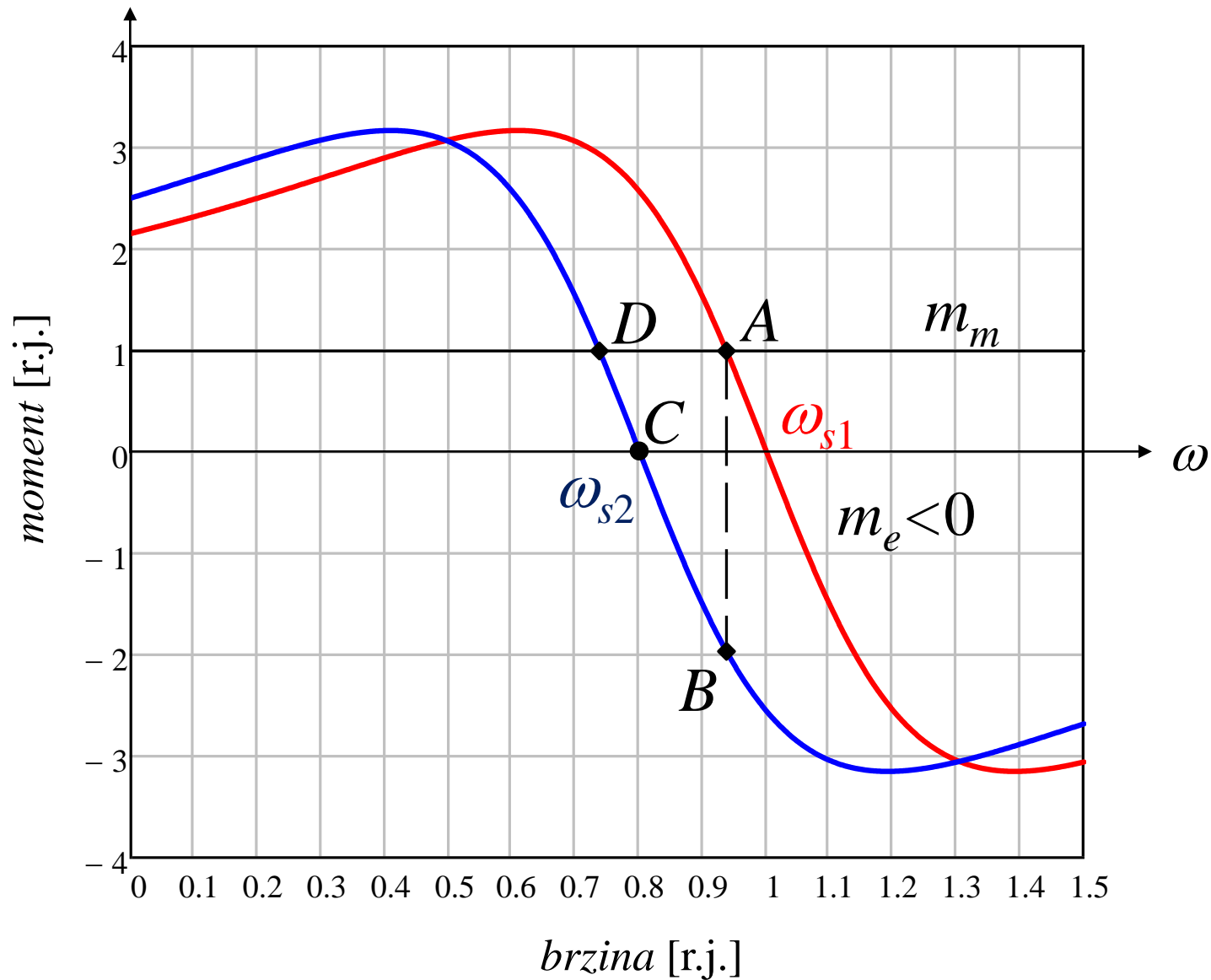
PRIMENA:

- Kočenje kod pogona sa potencijalnom prirodnom opterećenja i u stacionarnom i u prelaznom režimu;
- Kočenje radi smanjenja brzine kod regulisanih pogona.

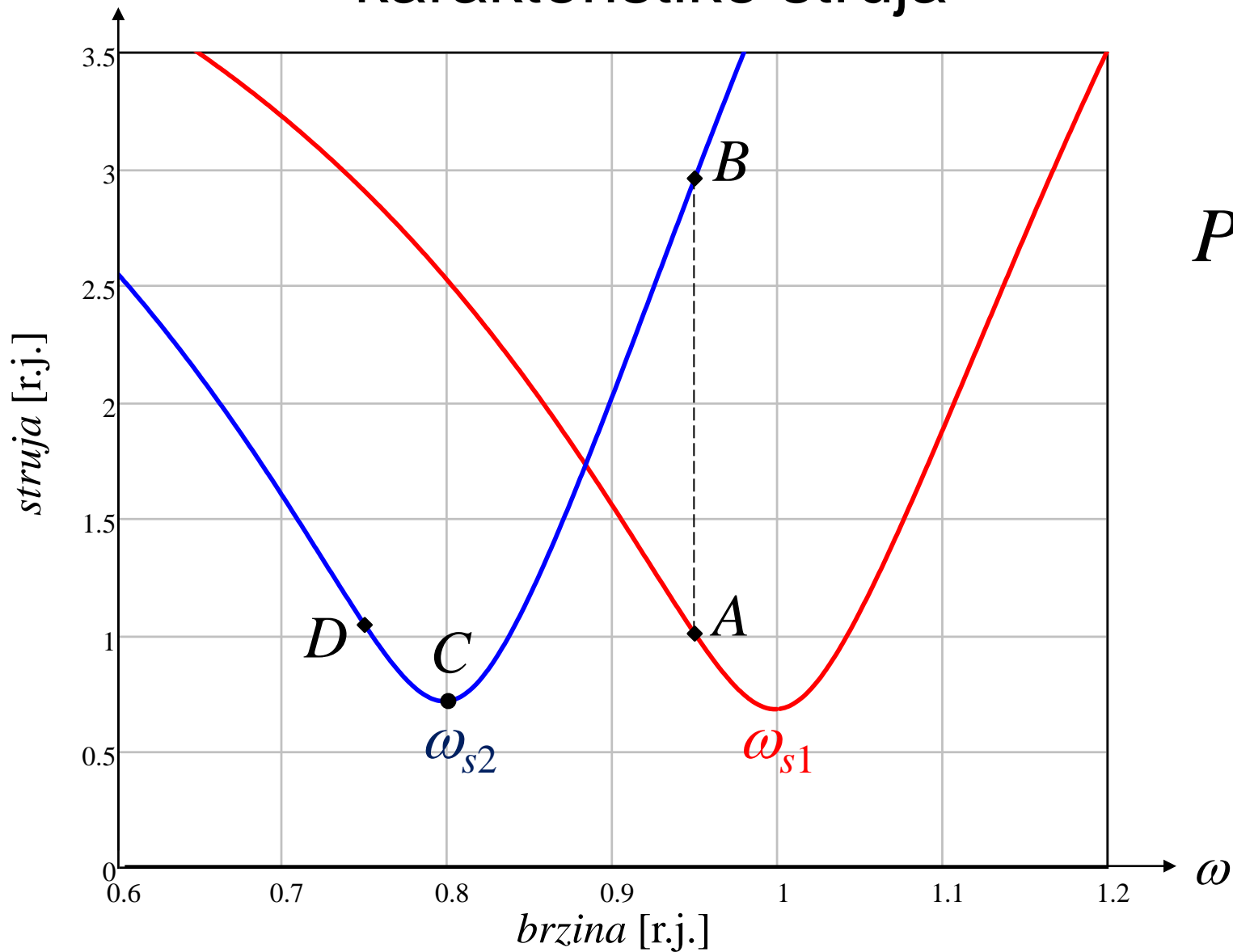
Rekuperativno kočenje

- Prikazane su dve statičke karakteristike momenta (mehaničke karakteristike), u I-kvadrantu (motornom) i u II-kvadrantu (generatorskom), pri sinhronim brzinama ω_{s1} i ω_{s2} .
- Kretanje radne tačke na statičkim karakteristikama kada se sinhrona brzina trenutno smanji sa ω_{s1} na ω_{s2} :
 - Iz stacionarnog stanja, tačka (A), radna tačka se premešta u (B) na novoj karakteristici, zatim preko tačke praznog hoda (C), do novog stacionarnog stanja sa manjom brzinom, tačka (D).
- Rekuperativno (generatorsko) kočenje se ima na delu karakteristike od tačke (B) do tačke praznog hoda (C), pri sinhronoj brzini ω_{s2} .

Rekuperativno kočenje – mehaničke karakteristike



Rekuperativno kočenje – statičke karakteristike struja



Statičke karakteristike snage uzete iz mreže (P_s),
 mehaničke snage (P_r) i efektivne vrednosti struje ($|I_s|$)
 motora sa kaveznim rotorom

