

# **ELEKTROMOTORNI POGONI**

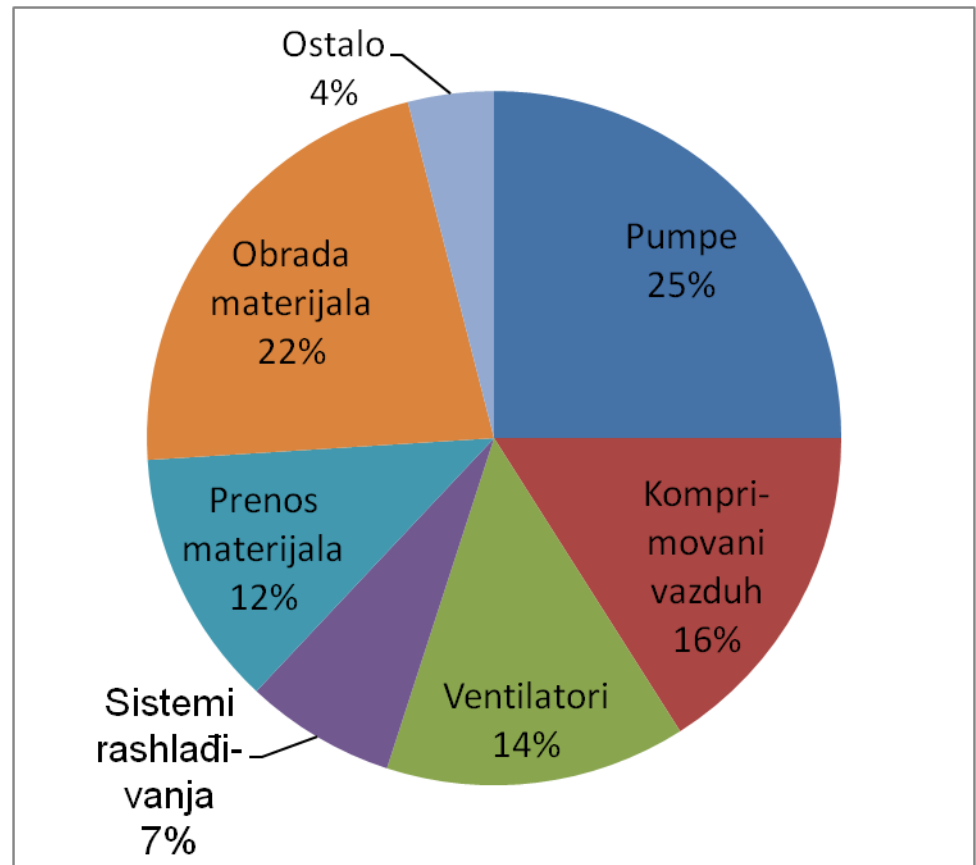
**(ELEKTRIČNI POGONI)  
(ELEKTROPOGONI)**

**Electrical Drives  
Elektrische Antriebe  
Электроприводы**

# ZNAČAJ ELEKTROMOTORNIH POGONA

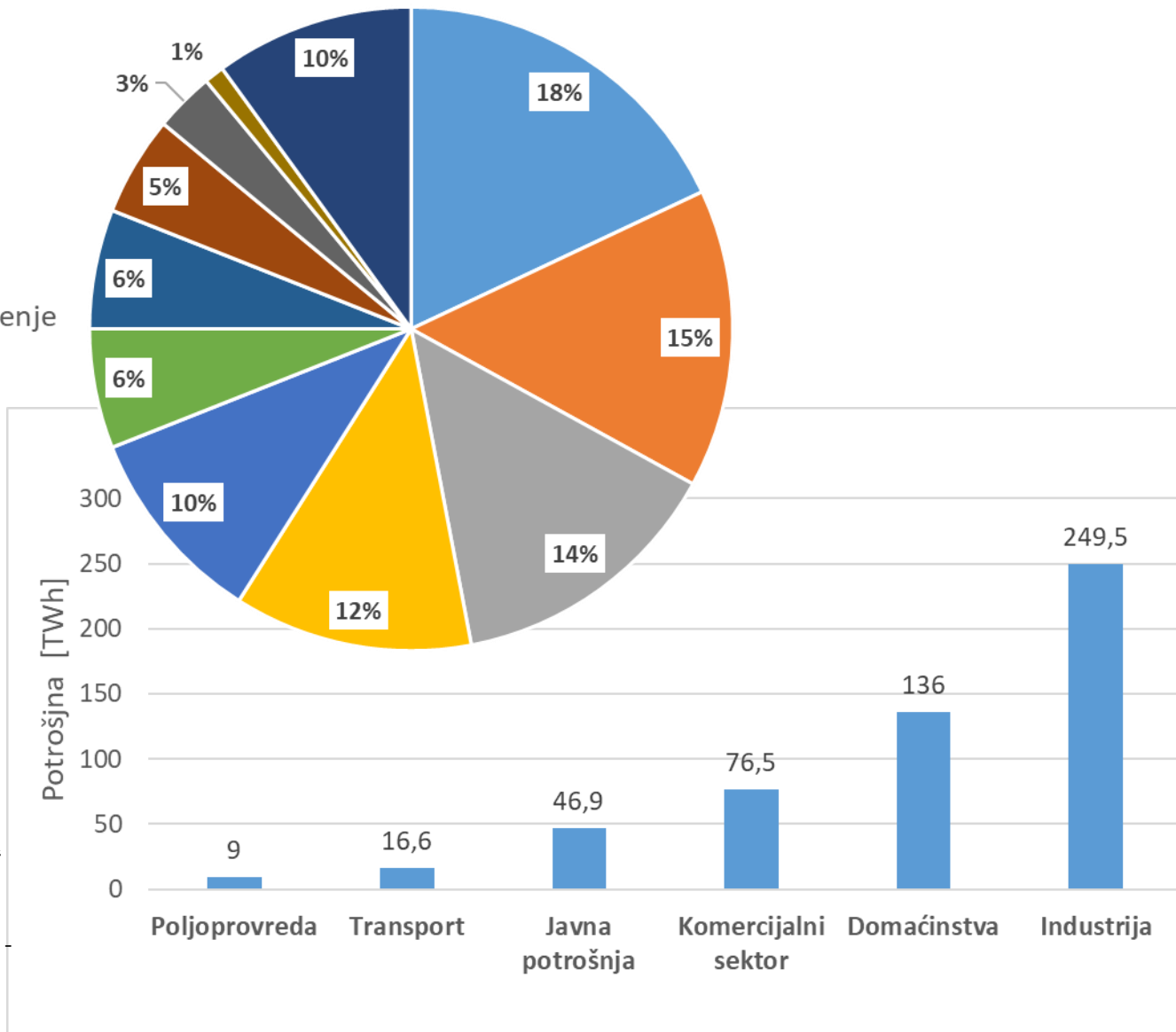
- **60-70%** električne energije potrošene u industrijskom sektoru pretvara se u mehaničku (Izvor: International Energy Agency, 2007.)

Potrošnja el.energije u pogonima po sektorima, u SAD, 2007.



# Potrošnja električne energije u pogonima po sektorima, u Nemačkoj, 2007.

- Kompresori
- Pumpe
- Klimatizacija
- Alatne mašine
- Hlađenje procesa
- Brušenje, drobljenje, mlevenje
- Valjanje i presovanje
- Prenos rasutog materijala
- Mešanje
- Robotika
- Ostale aplikacije



„A study on electric energy consumption of manufacturing companies in the German industry with the focus on electric drives“  
 T.Javieda, T.Rackowa, R.Stankallaa,  
 C.Sterka, J.Frankea,  
 48th CIRP Conference on Manufacturing Systems  
 CIRP CMS 2015  
 doi: 10.1016/j.procir.2015.10.006

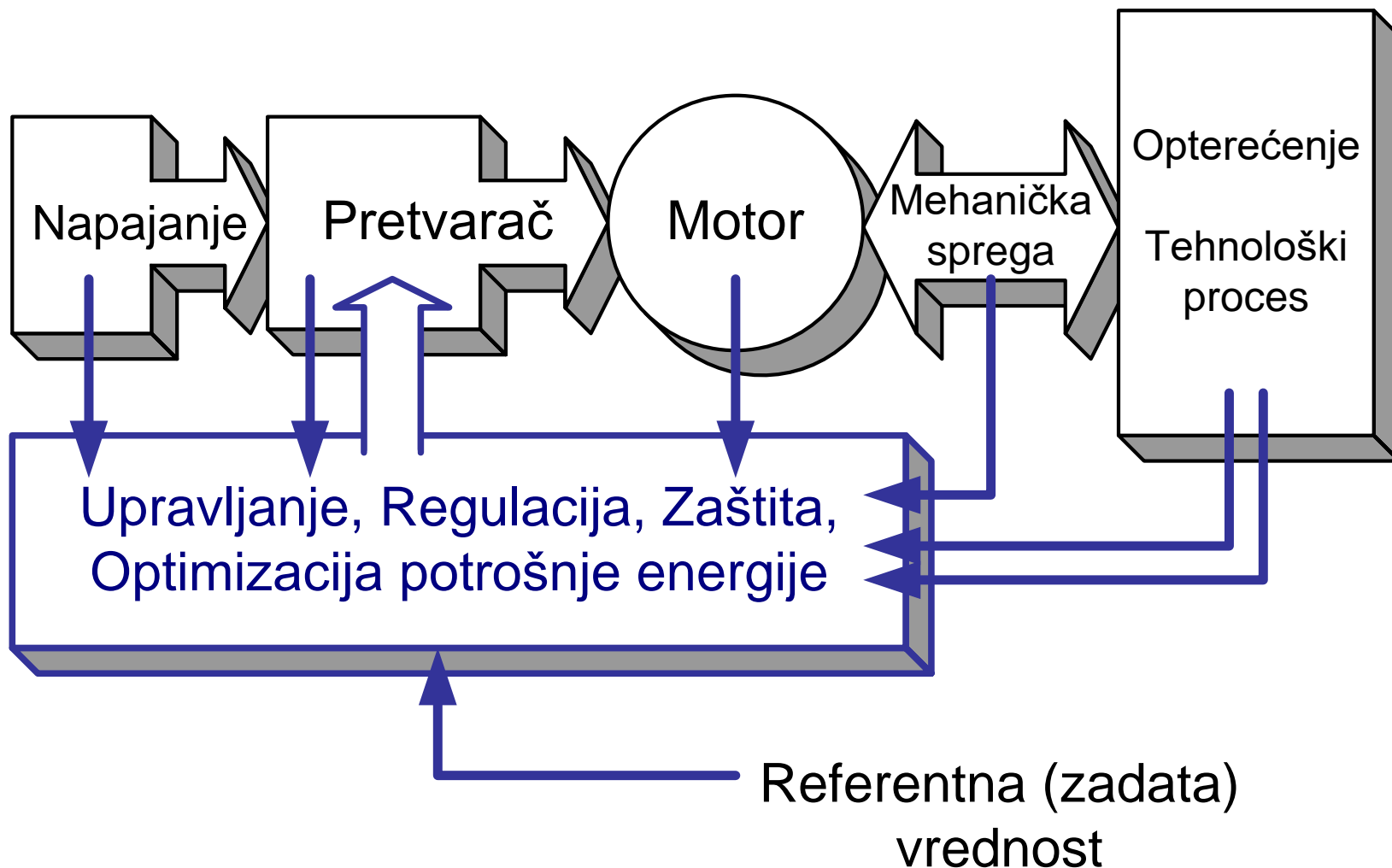
## Prednosti

- ŠIROK DIJAPAZON SNAGA  
<1 W za satove, >100 MW za RHE
- ŠIROK DIJAPAZON MOMENATA I BRZINA  
> milion Nm za valjaonice,  
> 100 000 o/min za centrifuge
- SKORO SVI RADNI USLOVI  
prinudno hladjeni, zatvoreni, potopljeni,  
za eksplozivnu atmosferu
- EKOLOŠKI POZITIVNI  
nema goriva, gasova, vibracija, mala buka
- SPREMNOST ZA RAD ODMAH NA PUN TERET
- SKROMNO ODRŽAVANJE
- MALI GUBICI PRAZNOG HODA
- VISOK STEPEN KORISNOSTI
- ZNATNA PREOPTERETLJIVOST
- LAKO UPRAVLJANJE (brzinom ili momentom)
- SVA 4 KVADRANTA (jednostavan revers)
- KOČENJE SA REKUPERACIJOM ENERGIJE
- DUG PERIOD EKSPLOATACIJE (životni vek)
- MOGUĆI RAZLIČITI OBLICI KONSTRUKCIJE

## Mane (samo dve)

- ZAVISNOST OD  
NAPAJANJA  
(olovna akumulatorska  
baterija je 50 puta teža  
od goriva)
- MALI ODNOS  
SNAGA/TEŽINA  
(zbog upotrebe  
feromagnetskih  
materijala)

# GLAVNI DELOVI POGONA



# Opterećenje



# Opterećenje



# Opterećenje



Ventilator

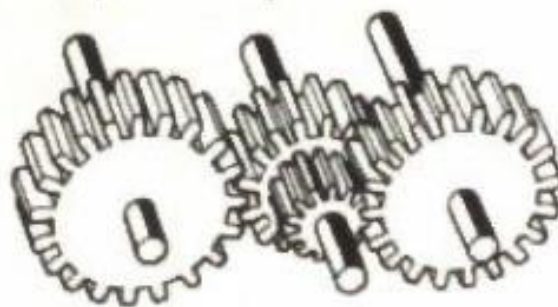
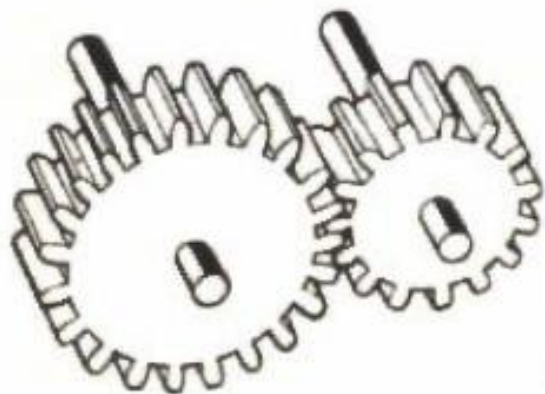


Centrifugalna pumpa

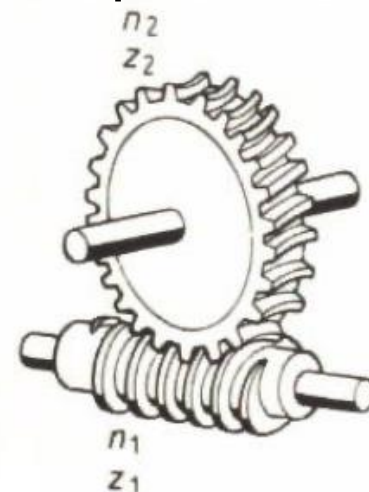


# Mehanička sprega - prenosnici

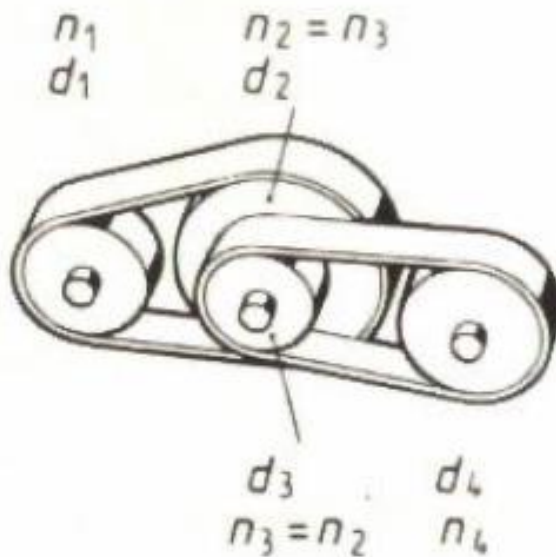
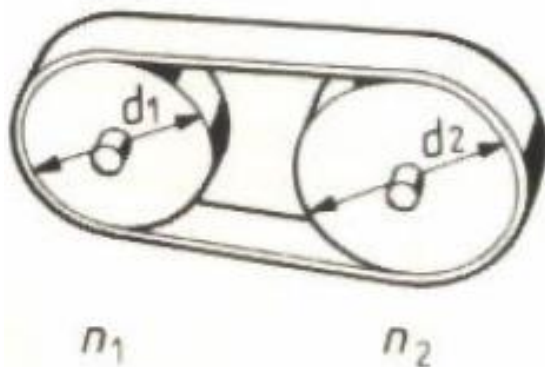
Zupčasti prenosnici



Pužni prenos



Kaišni prenosnici



Lančani prenosnik



# Prenosnici - zupčasti

- **Direktan prenos**

- Efikasnost od 99% - 100%
- Prednost: Visoka efikasnost
- Mana: Može doći do oštećenja ako vratila nisu centrirana.

- **Zupčasti prenos (paralelni, pod uglom, višestepeni)**

- Efikasnost 90% - 98%
- Prednost: Širok opseg prenosnih odnosa, konstrukcija
- Mane: Veća efikasnost za veće snage i manje prenosne odnose

- **Pužni prenos**

- Efikasnost od 55% do 94%
- Prednost: Jako veliki prenosni odnos
- Mane: Mala efikasnost, prenos energije samo u jednom smeru.

# Prenosnici sa kaiševima i lancima

- **Klinasti kaiš**

- Efikasnost od 90% - 96%
- Prednost: Trpi nagla opterećenja, zaglavljivanja motora
- Mana: Efikasnost pada ispod 90% ako se ne održavaju

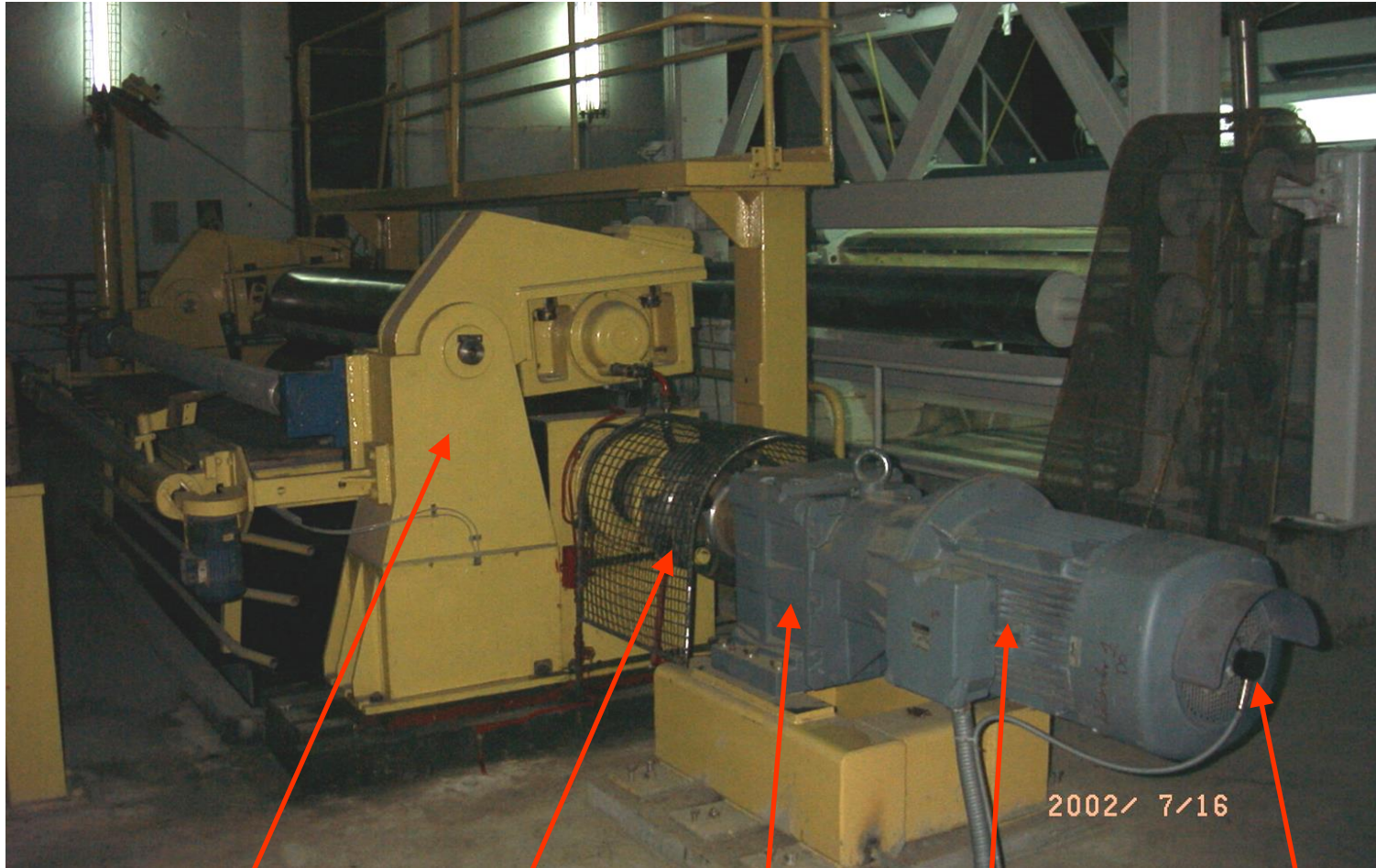
- **Pljosnati kaiš**

- Efikasnost 96% - 99%
- Prednost: Visoka efikasnost za velike brzine
- Mane: Visoka cena

- **Lanac i lančanik**

- Efikasnost oko 98%
- Prednost: Podnosi nagla opterećenja, visoke temperature
- Mane: Zahteva održavanje, buka.

# Mehanički deo pogona



Opterećenje

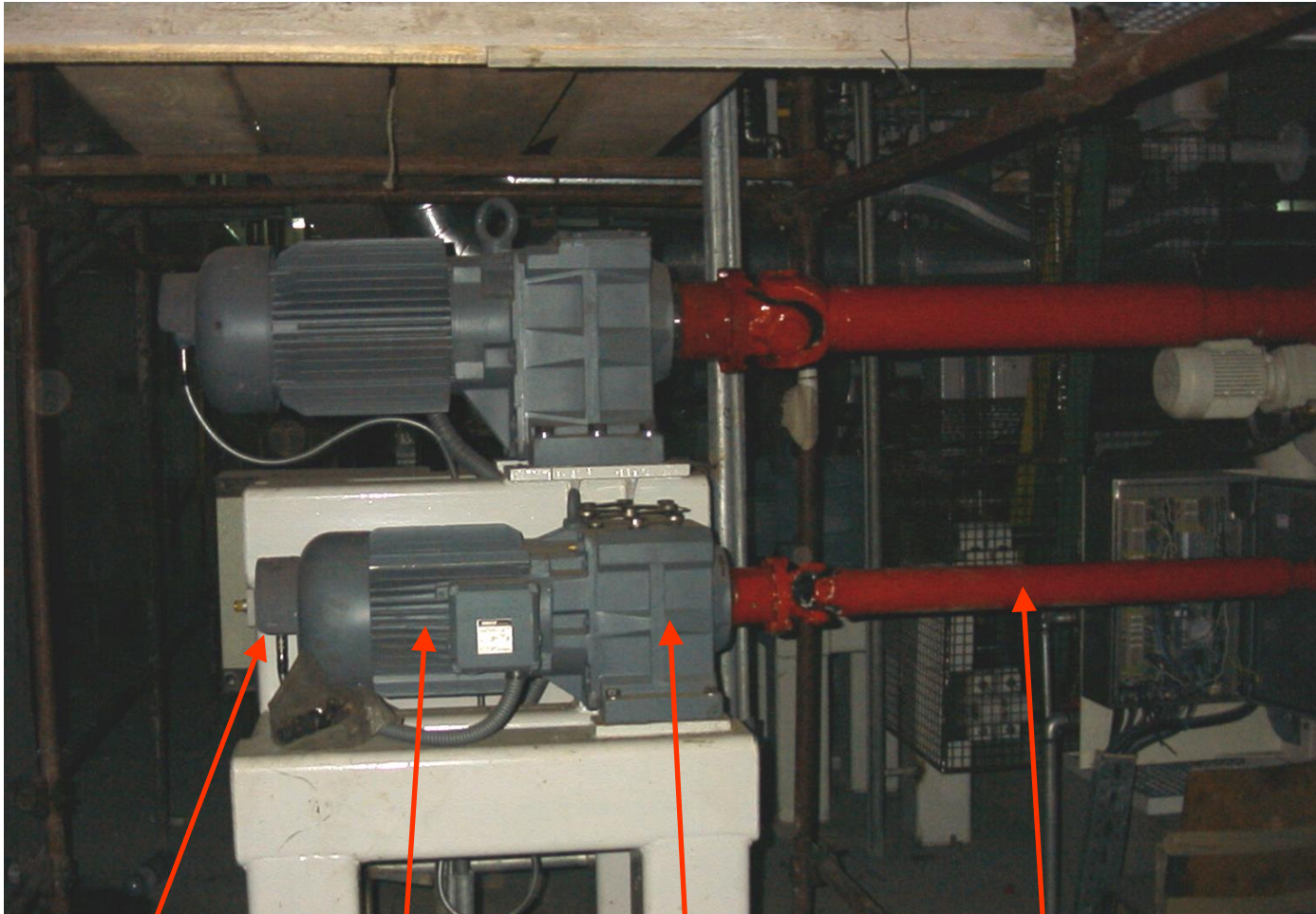
Spojnicia

Reduktor

Motor

Enkoder

# Mehanički deo pogona



Enkoder

Motor

Reduktor

Kardansko  
vratilo

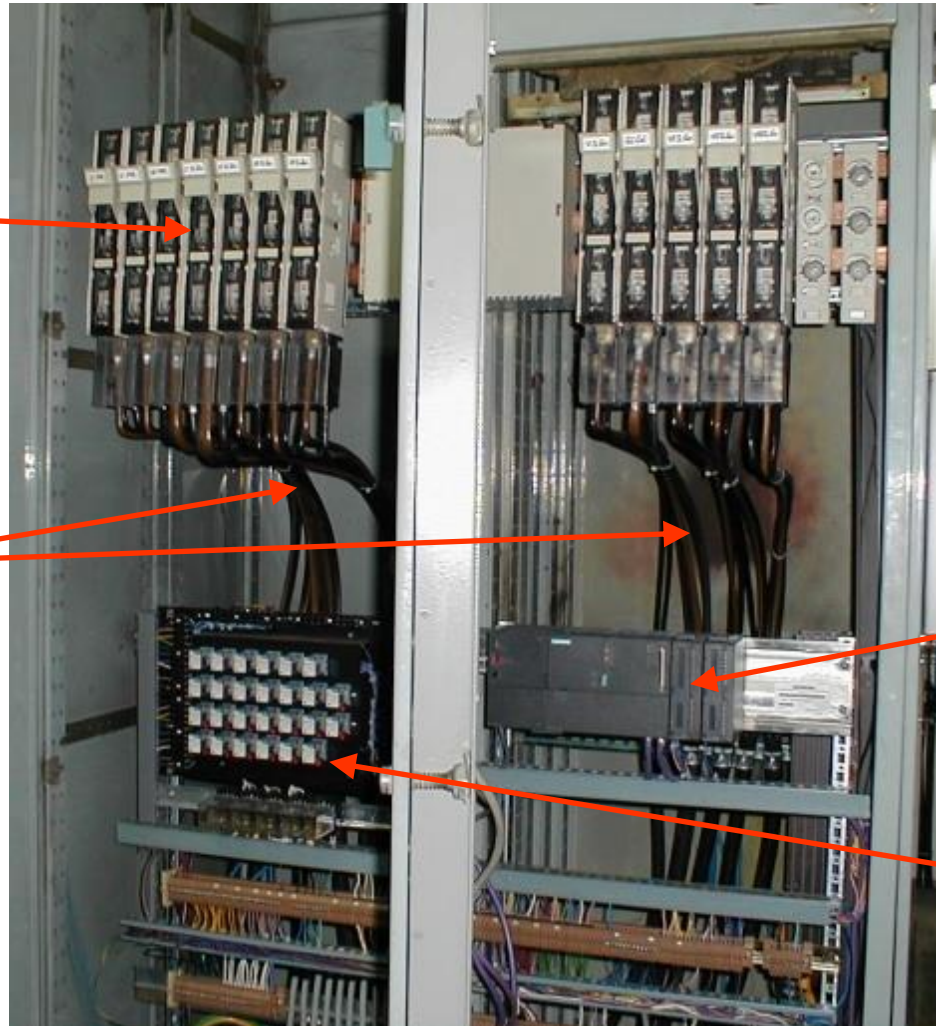
# Energetski pretvarači



# Napajanje, razvod i upravljanje

Rastavljači sa  
osiguračima

Kablovi za  
napajanje pogona  
(en.pretvarača)



PLC

Relejni deo  
upravljačkog  
sistema

# POTREBNA PREDZNANJA:

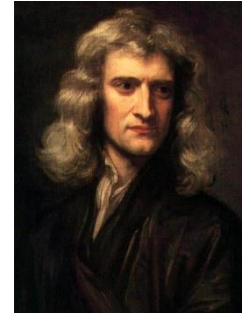
- Mehanika, fizika;
- Električne mašine;
- Energetski pretvarači;
- Električne instalacije i mreže;
- Sistemi automatskog upravljanja, sistemi sa povratnim vezama;
- Elektronika, analogna i digitalna;
- Relejna i digitalna tehnika zaštite;
- Matematika.



# NJUTNOVA JEDNAČINA

Drugi Njutnov zakon (1687. godine):

$$\frac{d}{dt}(M \cdot \vec{v}) = \sum \vec{f}$$



Sir Isaac  
Newton  
1643-1727.

Kod pravolinijskog kretanja:

$$f_e - f_m = \frac{d}{dt}(M \cdot v) = M \frac{dv}{dt} + v \frac{dM}{dt}$$

0

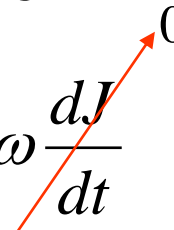
gde je:  $f_e$  – pokretačka, motorna sila;

$f_m$  - otporna sila koja se suprotstavlja kretanju;

$M$  - masa;

$v$  - brzina kretanja.

Kod obrtnog (rotacionog) kretanja, značajnog u pogonima:

$$m_e - m_m = \frac{d}{dt}(\omega \cdot J) = J \frac{d\omega}{dt} + \omega \frac{dJ}{dt}$$


gde je:  $m_e$  - elektromagnetni moment motora;

$m_m$  - ukupan otporni moment pogona, moment opterećenja;

$J$  - ukupan moment inercije pogona;

$\omega$  - ugaona brzina.

$$m_e - m_m = \frac{d}{dt}(\omega \cdot J) = J \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \alpha = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$\alpha$  - ugaono ubrzanje;

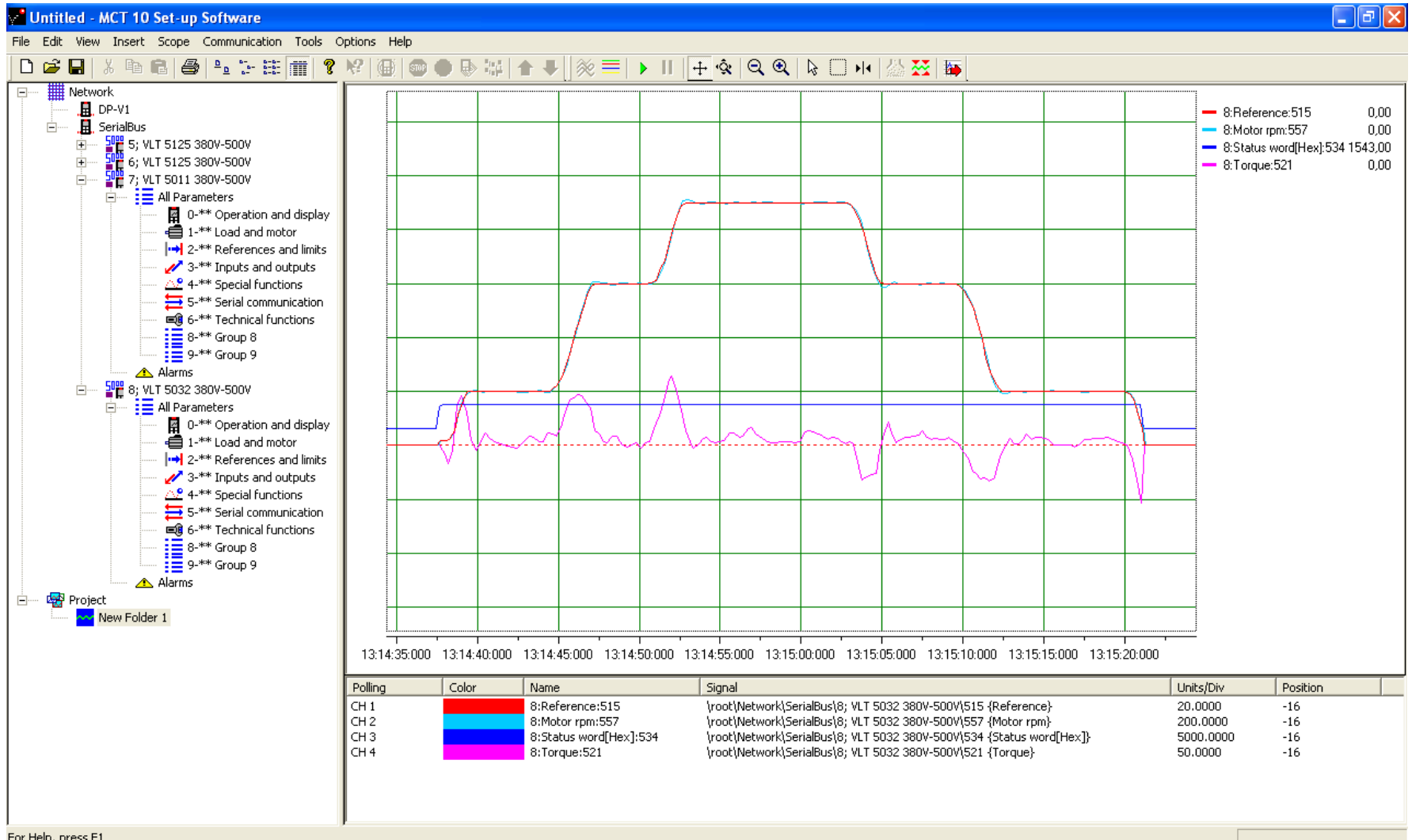
$\theta$  - trenutni ugao vratila, položaj.

$j$  - trzaj

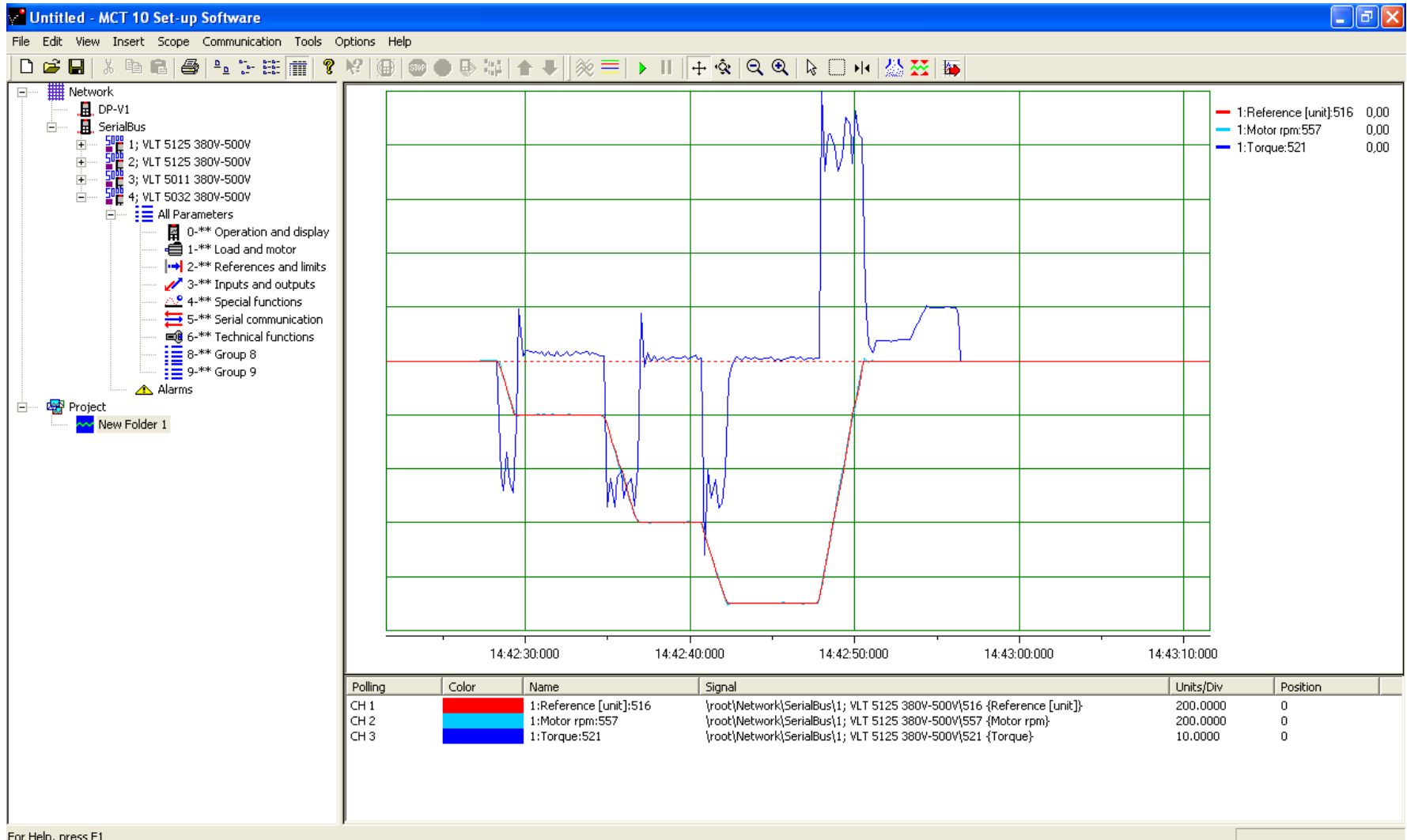
$$\omega = \frac{d\theta}{dt}; \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$j = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{d^3\theta}{dt^3}$$

# Postepeno povečanje i smanjenje brzine pogona

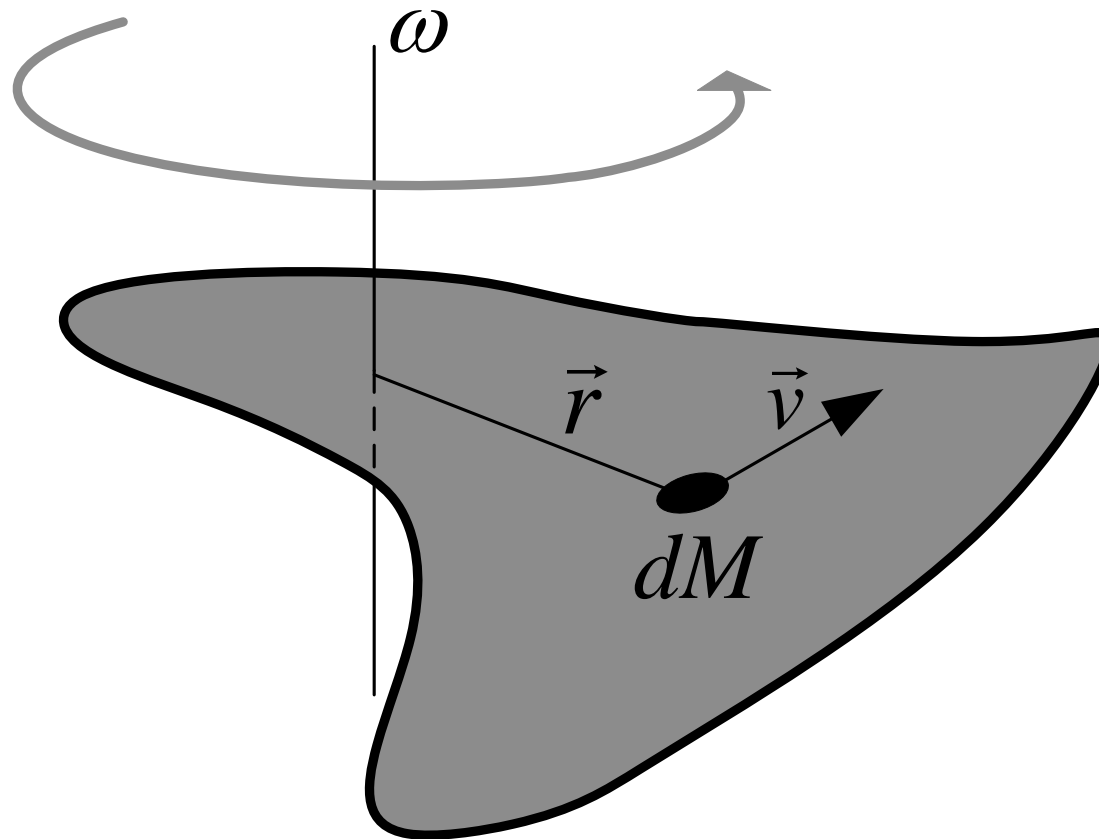


# Postepeno povečanje i smanjenje brzine pogona (negativna brzina)



# MOMENT INERCICIJE

(*definicija*)



Element momenta ubrzanja (dinamička komponenta)  $dm_d$  koji deluje na element mase  $dM$ , (krutog tela ukupne mase  $M$ ), prouzrokuje pri obrtnom kretanju ugaono ubrzanje  $d\omega/dt$ .

Relacija koja povezuje ove veličine je:

$$dm_d = r \cdot df_d = r \cdot dM \cdot \frac{dv}{dt} = r^2 dM \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

gde je:  $r$  - poluprečnik rotacije;

$df_d$  - element tangენტne sile koja deluje na element mase;

$v$  - tangენტna brzina.

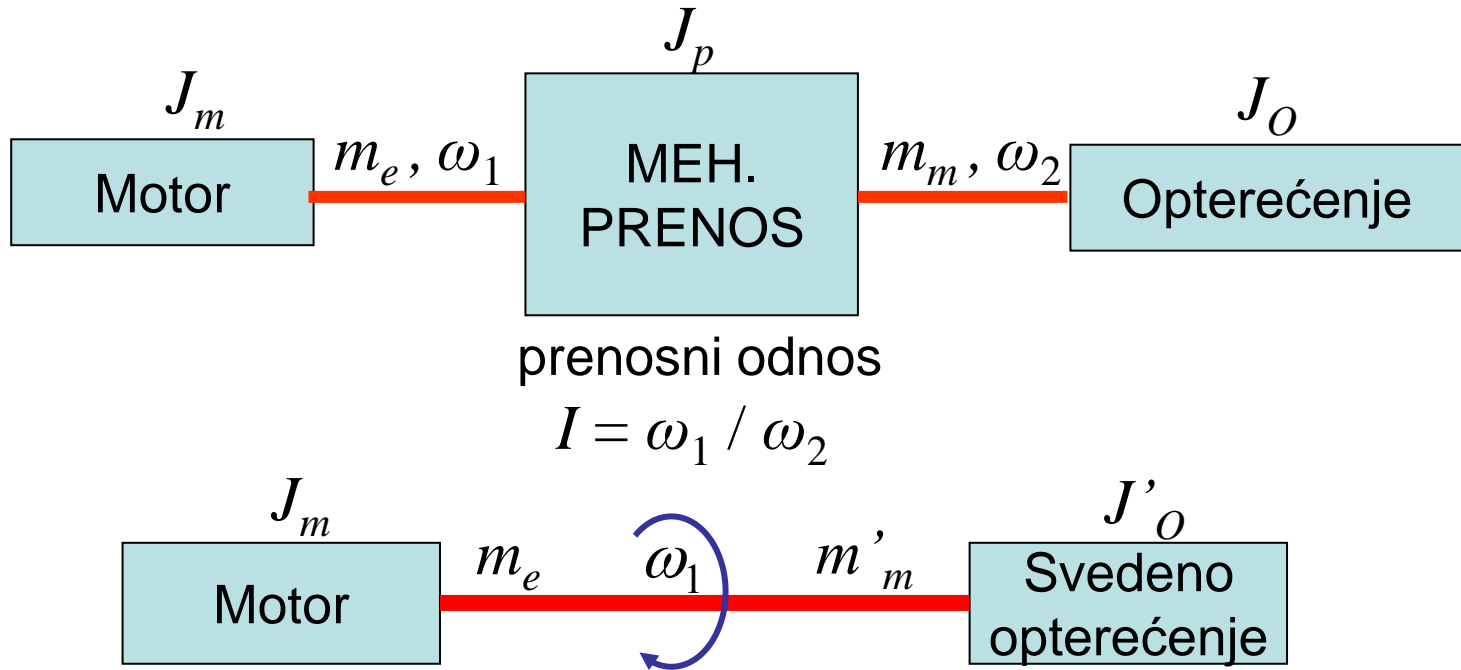
Ukupan moment ubrzanja je:

$$m_d = \int_0^{m_d} dm_d = \frac{d\omega}{dt} \cdot \int_0^M r^2 dM = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

**Definicija momenta inercije:**

$$J = \int_0^M r^2 dM$$

# SVOĐENJE MEHANIČKIH PRENOSNIKA



Otporni momenat opterećenja sveden na vratilo motora, ulazno vratilo mehaničkog prenosnika, ( $m'_m$ ) dobija se na osnovu jednakosti snaga:

$$\omega_1 \cdot m'_m = \omega_2 \cdot m_m \quad \Rightarrow \quad m'_m = \frac{\omega_2}{\omega_1} m_m = \frac{m_m}{I}$$



Moment inercije sveden na vratilo motora  $J'_o$  dobija se na osnovu jednakosti kinetičkih energija:

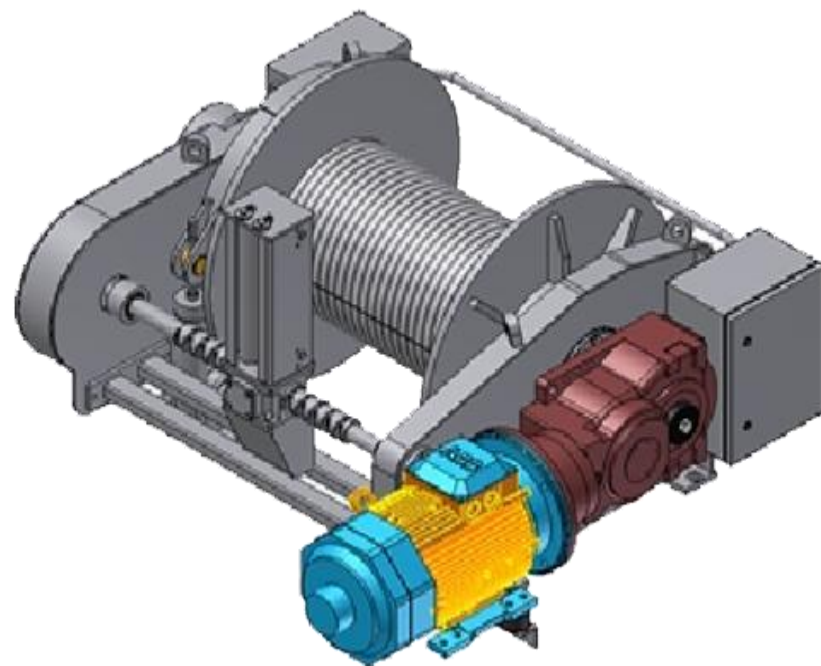
$$\frac{J'_o \cdot \omega_1^2}{2} = \frac{J_o \cdot \omega_2^2}{2} \Rightarrow J'_o = \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \cdot J_o = \frac{J_o}{I^2}$$

Njutnova jednačina koja važi za sistem sa slike je:

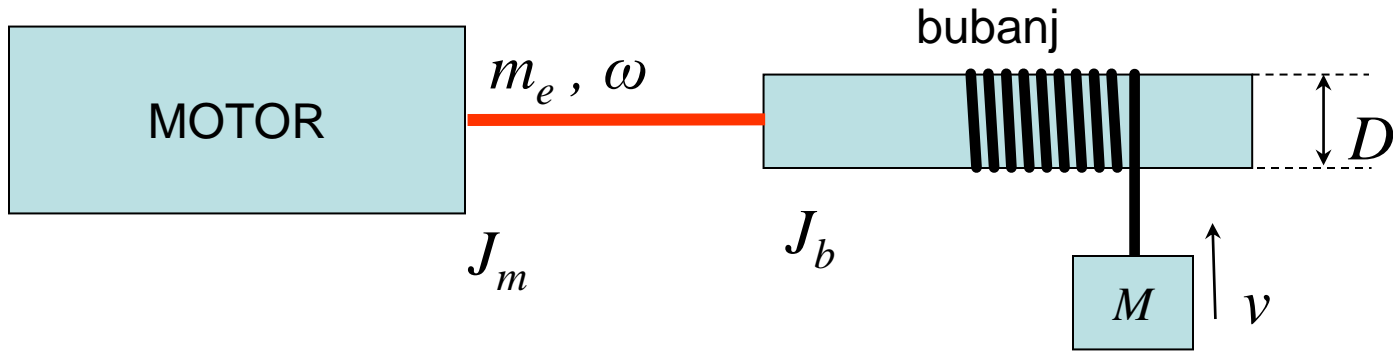
$$m_e - m'_m = \left( J_m + J_p + J'_o \right) \cdot \frac{d\omega_1}{dt}$$

Moment inercije za prenosnik se daje sveden na ulazno vratilo.

# Pogon sa obrtnim i pravolinijskim kretanjem, dizalica



Pogon sa rotacionim i pravolinijskim kretanjem, dizalica.



Otporni momenat na vratilu motora:

$$m_m = g \cdot M \cdot \frac{D}{2}$$

Svedeni moment inercije tereta dobija se na osnovu jednakosti kinetičkih energija:

$$\frac{1}{2} \cdot J_M \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left( \omega \cdot \frac{D}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \frac{D^2}{4} \cdot \omega^2 \Rightarrow J_M = \frac{D^2 M}{4}$$

Njutnova jednačina za posmatrani mehanički sistem je:

$$m_e - \frac{g \cdot M \cdot D}{2} = \left( J_m + J_b + \frac{D^2 M}{4} \right) \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

# MEHANIČKA SNAGA I ENERGIJA

Ako se pođe od Njutnove jednačine:

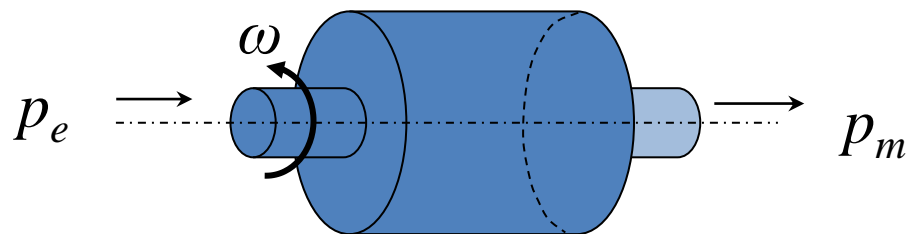
$$m_e = m_m + J \frac{d\omega}{dt} \quad / \quad \cdot \omega$$

$$m_e \cdot \omega = m_m \cdot \omega + J \cdot \omega \frac{d\omega}{dt} \quad \text{Jednačina "snage"}$$

$$p_e = m_e \cdot \omega \quad \text{pogonska (pokretačka) snaga;}$$

$$p_m = m_m \cdot \omega \quad \text{snaga opterećenja;}$$

$$J \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad \text{promena kinetičke energije.}$$



*Tok snage u pogonu*

Integracijom jednačine "snage" dobija se:

$$\begin{aligned} W_e(t) &= \int_0^t p_e d\tau = \int_0^t p_m d\tau + \int_0^t J \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{d\tau} d\tau = \\ &= W_m(t) + J \cdot \int_0^\omega \omega \cdot d\omega = W_m(t) + \frac{1}{2} J \cdot \omega^2 \end{aligned}$$

$W_e(t)$  - uložena mehanička energija;

$W_m(t)$  - preneti mehanička energija;

$\frac{1}{2} J \cdot \omega^2$  - kinetička (akumulisana) energija.

# POZITIVAN SMER TOKA SNAGE U POGONU JE OD MOTORA KA OPTEREĆENJU

Ovo je **konvencija** koja važi u elektromotornim pogonima.

## ZNAK BRZINE:

POZITIVAN:

"normalan" smer obrtanja;  
napred kod horizontalnog transporta;  
kod dizalica smer koji odgovara dizanju.

NEGATIVAN:

"alternativan" smer obrtanja;  
nazad kod horizontalnog transporta;  
smer koji odgovara spuštanju kod dizalice.

# MEHANIČKE KARAKTERISTIKE

Spadaju u kategoriju STATIČKIH karakteristika pogona.

Ograničićemo se na najčešće slučajeve u praksi, gde moment nije funkcija položaja (ugla) vratila.

U stacionarnom stanju važi:

$$\frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad m_e - m_m = 0 \quad \Rightarrow \quad m_e = m_m$$

Terminologija koju ćemo koristiti:

**Prirodne karakteristike** - mašina radi sa nominalnim vrednostima veličina na upravljačkim ulazima i sa nominalnim vrednostima parametara (npr.: motor pod nominalnim naponom i učestanošću, bez dodatnih elemenata u kolu).

Postoji samo jedna prirodna karakteristika. Prirodne karakteristike zovu se i *ekonomske*, jer je po pravilu rad na njima najekonomičniji.

**Veštačke karakteristika** - dobijaju se promenom vrednosti upravljačkih veličina ili parametara, dodavanjem elemenata u kolo. Njih može biti neograničen broj.

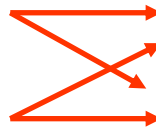
**Tvrde mehaničke karakteristike**  $\partial\omega/\partial m_e \approx 0$   $\partial\omega/\partial m_m \approx 0$

**Meke mehaničke karakteristike**  $\partial\omega/\partial m_e \neq 0$   $\partial\omega/\partial m_m \neq 0$

Moguće su sve kombinacije:

Prirodne

Veštačke



Meke

Tvrde

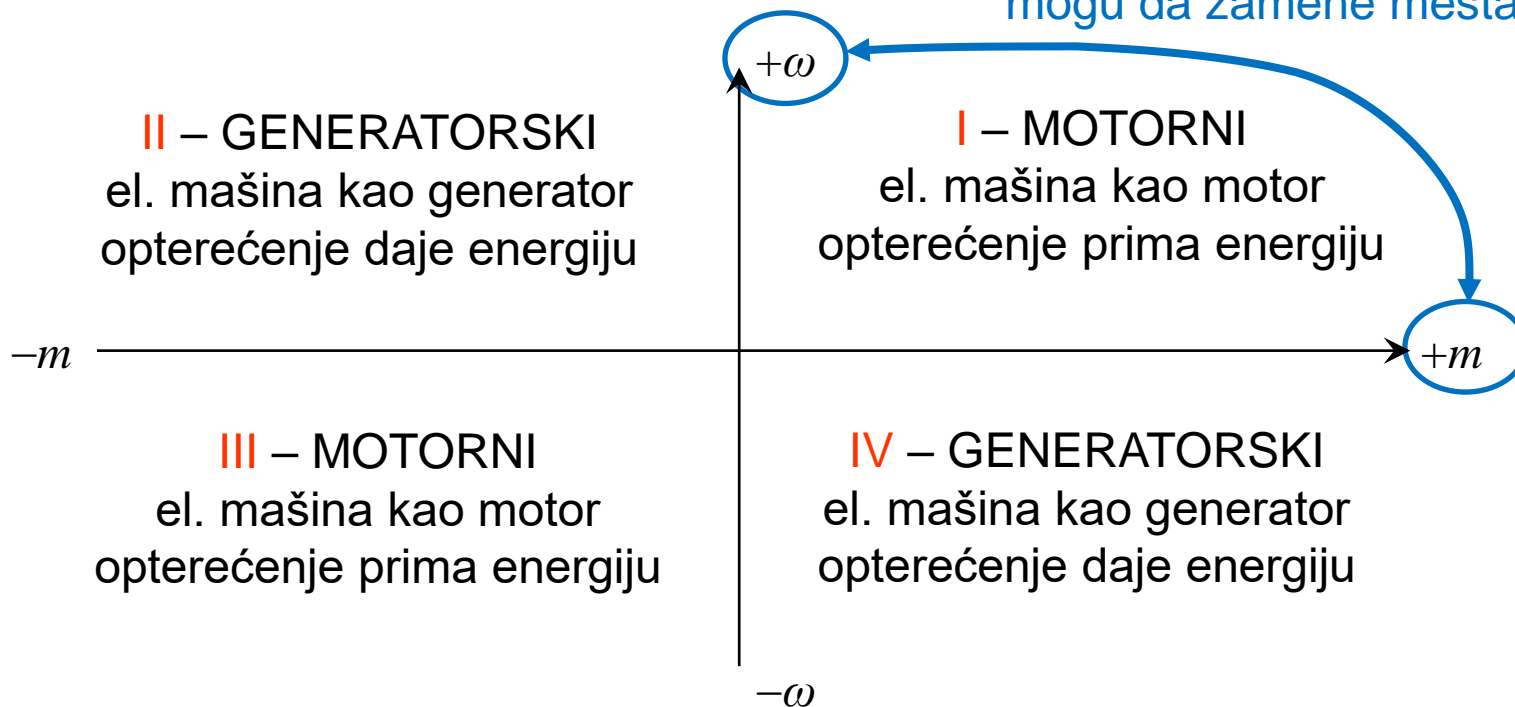


Mehaničke karakteristike **najčešće** se grafički prikazuju u koordinatnom sistemu, kod kojeg su:

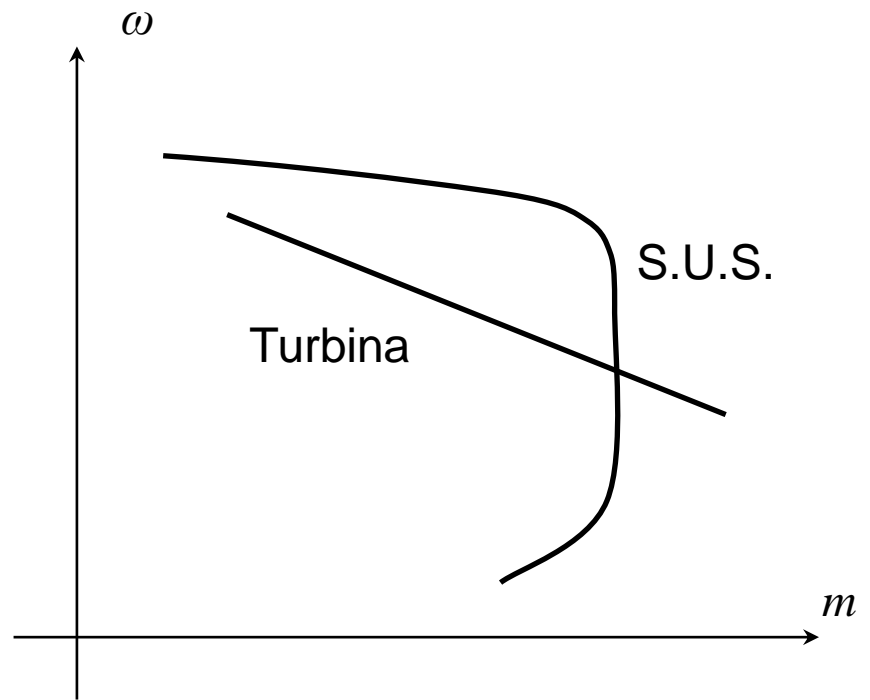
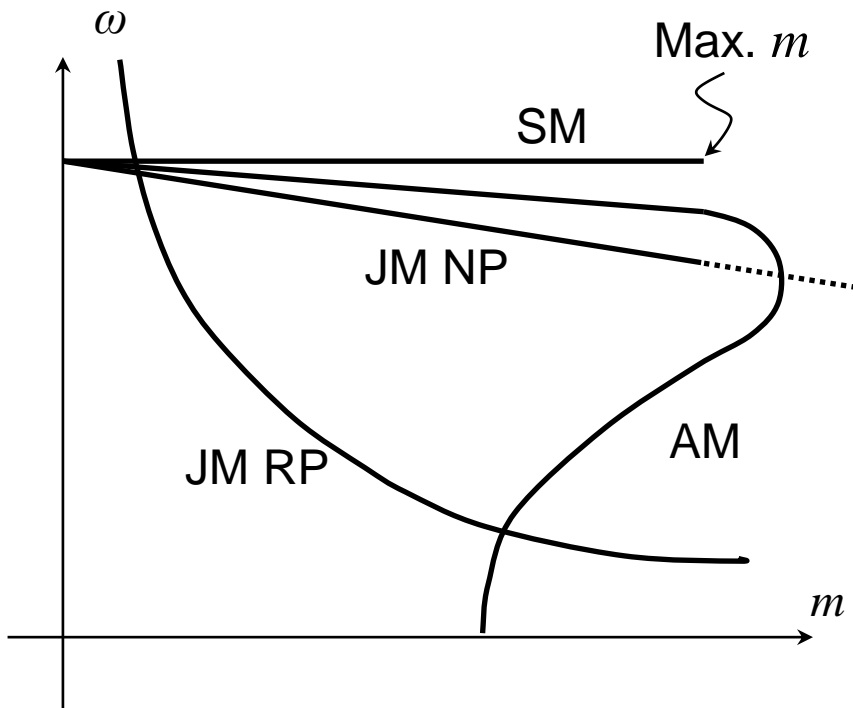
- horizontalna osa - moment; (može biti brzina)
- vertikalna osa - brzina (može biti moment)

U skladu sa usvojenim konvencijama, definišu se **KVADRANTI**:

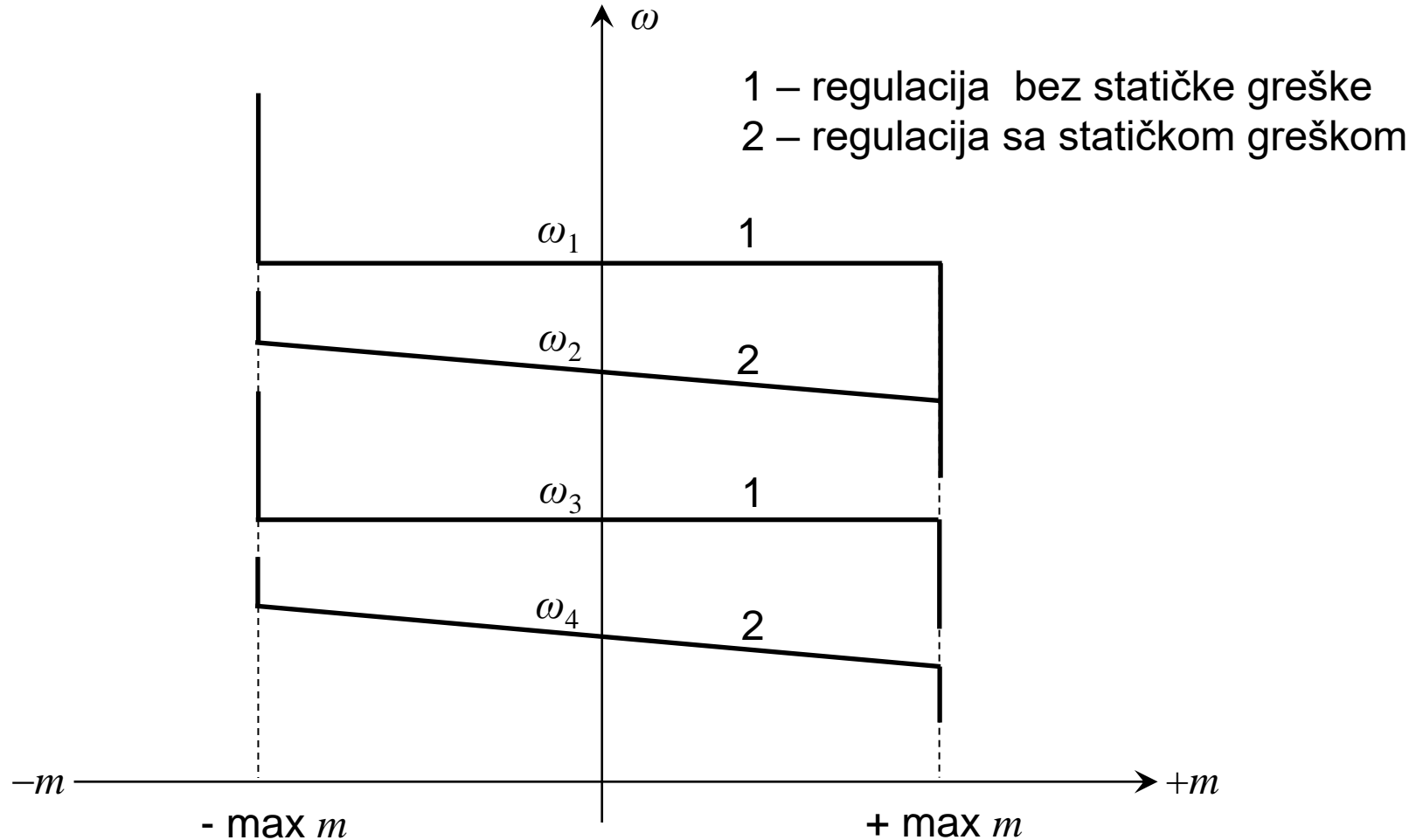
Horizontalna i vertikalna osa  
mogu da zamene mesta



# Karakteristike najčešće korišćenih motora:



# Tipična mehanička karakteristika regulisanog elektromotornog pogona



# MEHANIČKE KARAKTERISTIKE OPTEREĆENJA

Najveći broj ovih karakteristika može se prikazati izrazom:

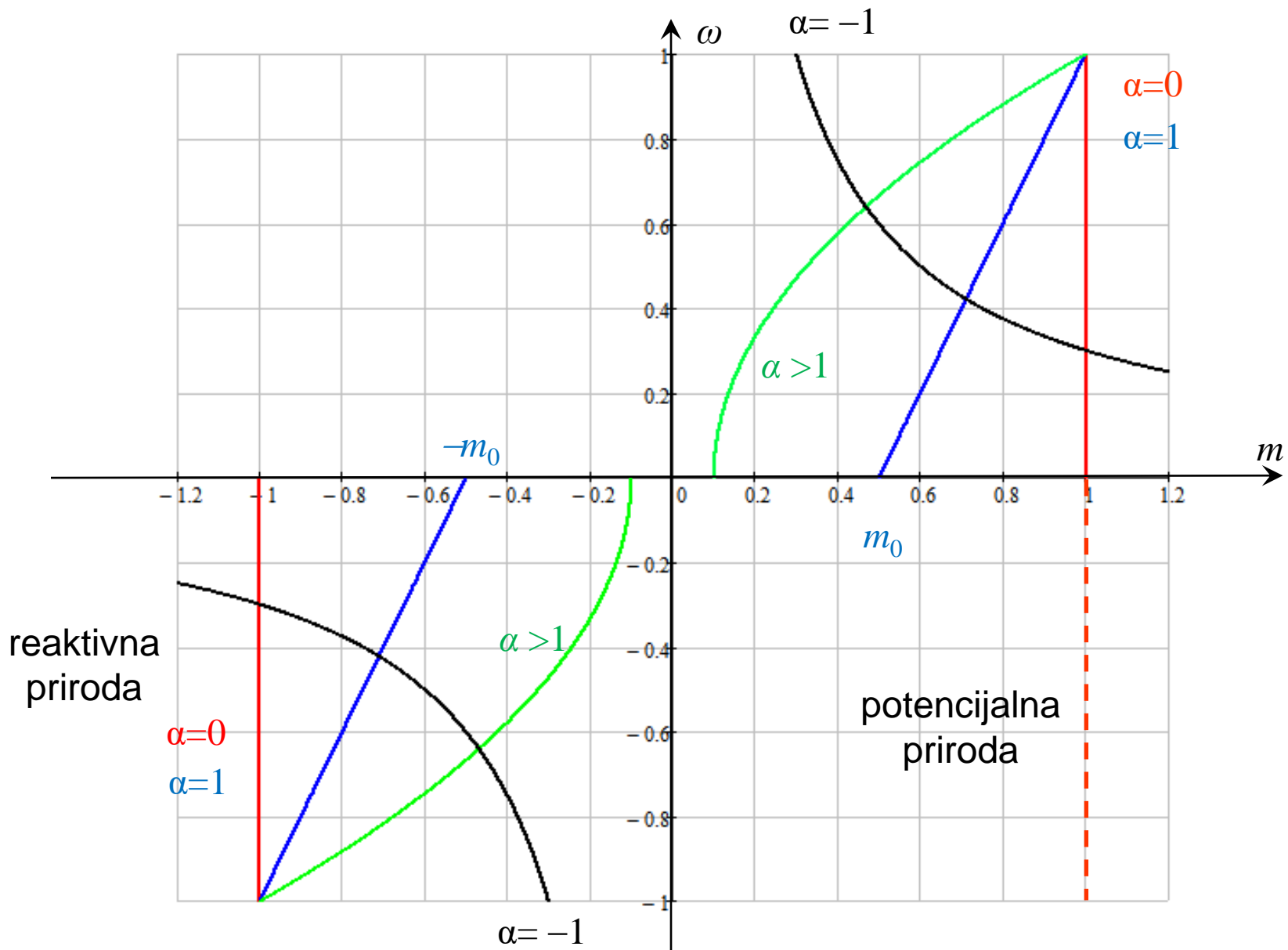
$$m_m = m_0 + (k \cdot m_{nom} - m_0) \cdot \left( \frac{\omega}{\omega_{nom}} \right)^\alpha$$

gde je:

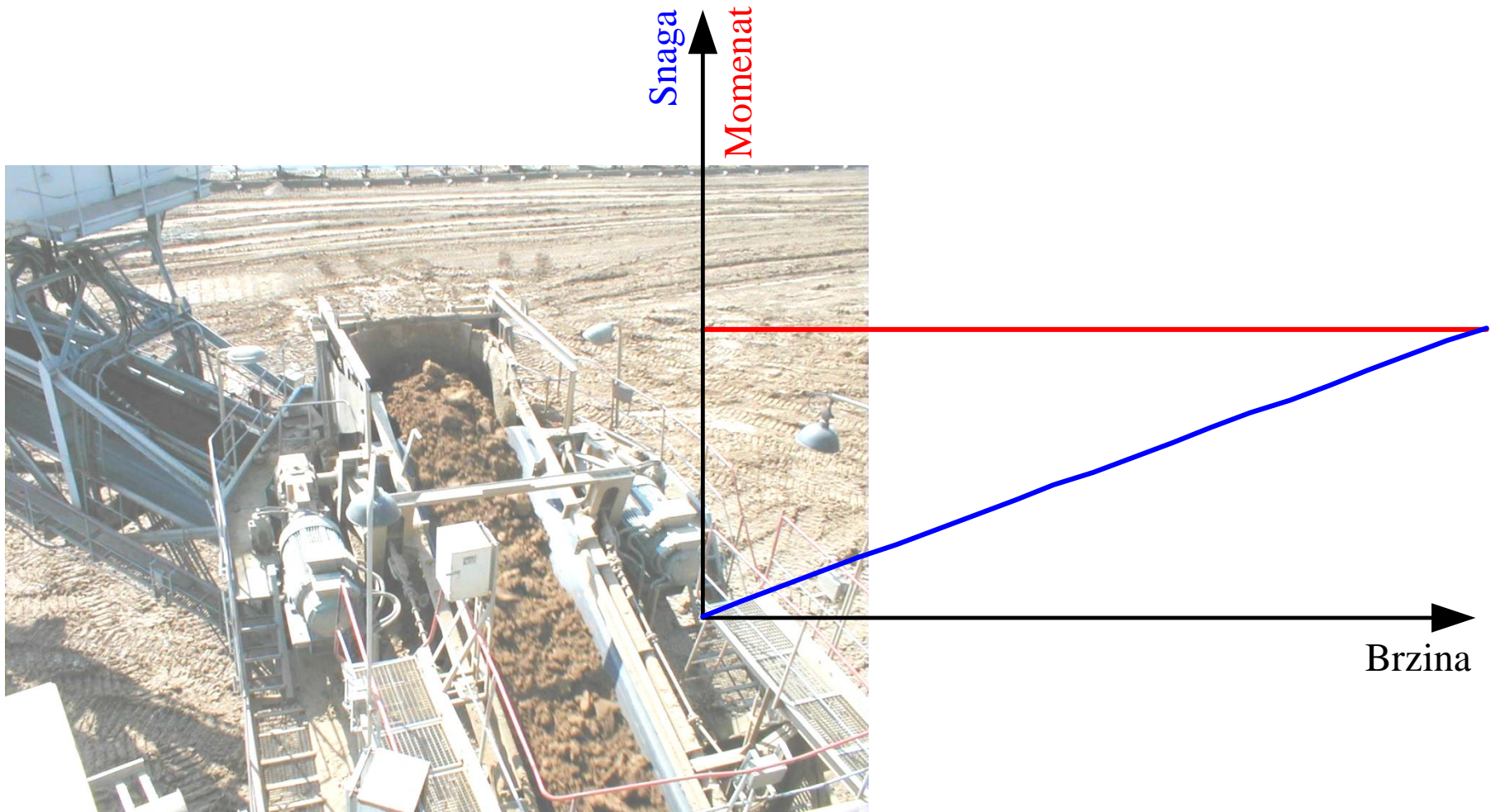
- $m_0$  - moment praznog hoda, sopstveno trenje;
- $m_{nom}$  - nominalan moment opterećenja (nominalan teret i nominalna brzina);
- $k$  - koeficijent opterećenja ( $k_{nom}=1$ );

- 
- $\alpha = 0$  *moment ne zavisi od brzine  
(npr. potencijalna komponenta otpornog momenta dizalice);*
  - $\alpha = 1$  *linearna ili "kalanderska" karakteristika;*
  - $\alpha > 1$  *"ventilatorska" karakteristika  
(npr. ventilatori, pumpe, centrifuge);*
  - $\alpha = -1$  *karakteristika "stalne snage"  
(npr. alatne mašine).*

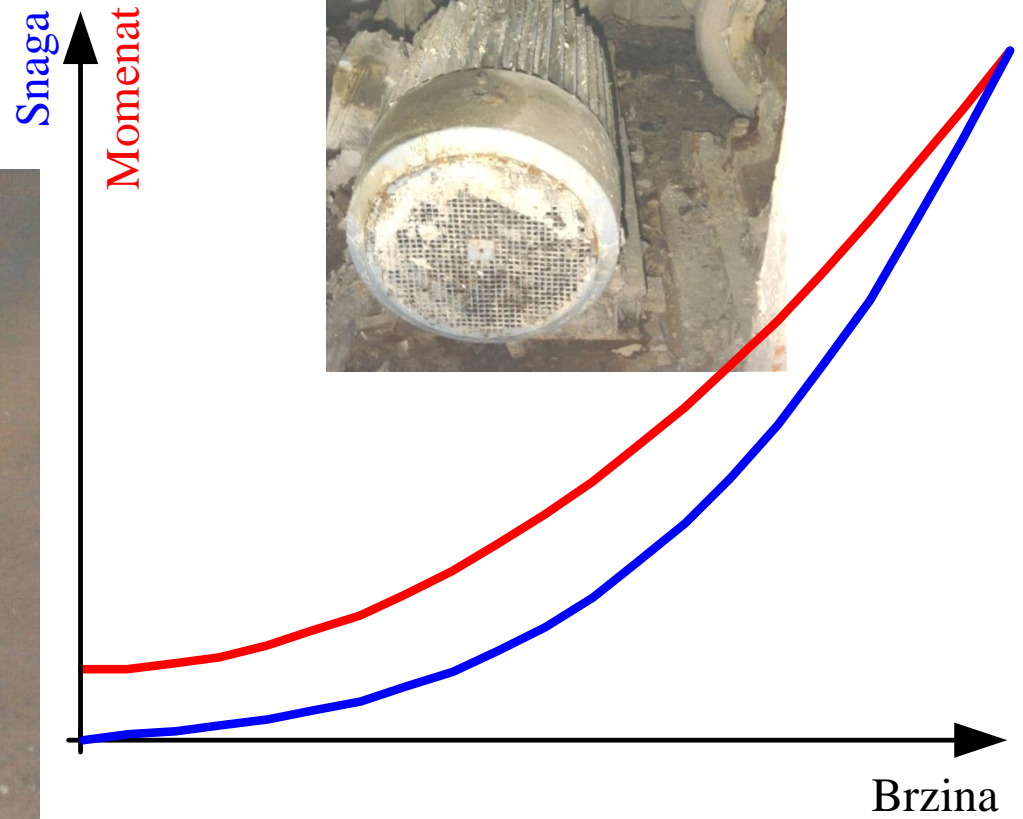
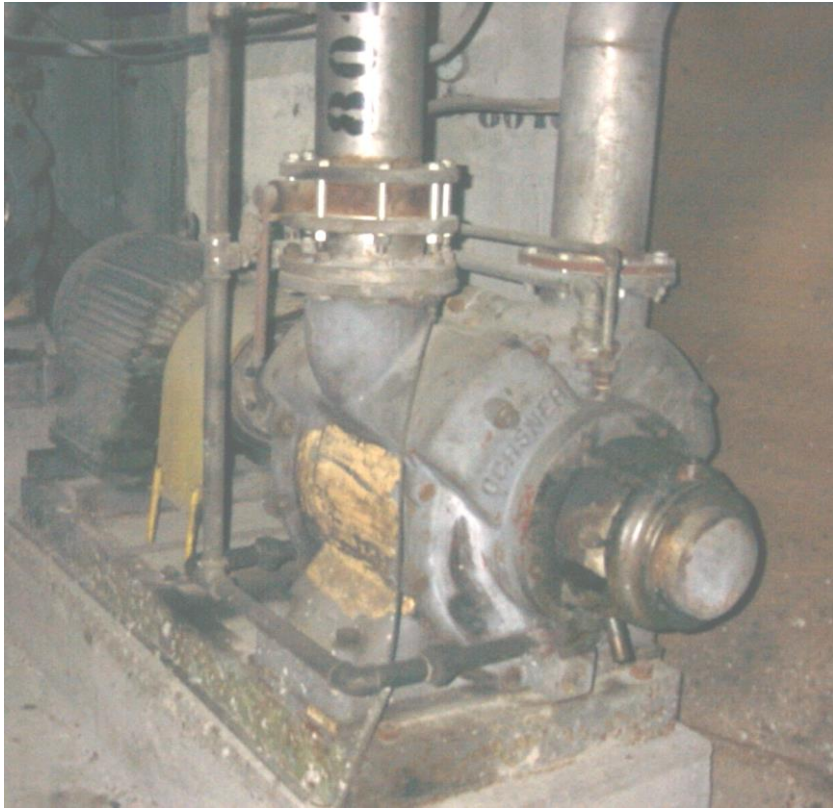
# Grafički prikaz karakteristika opterećenja



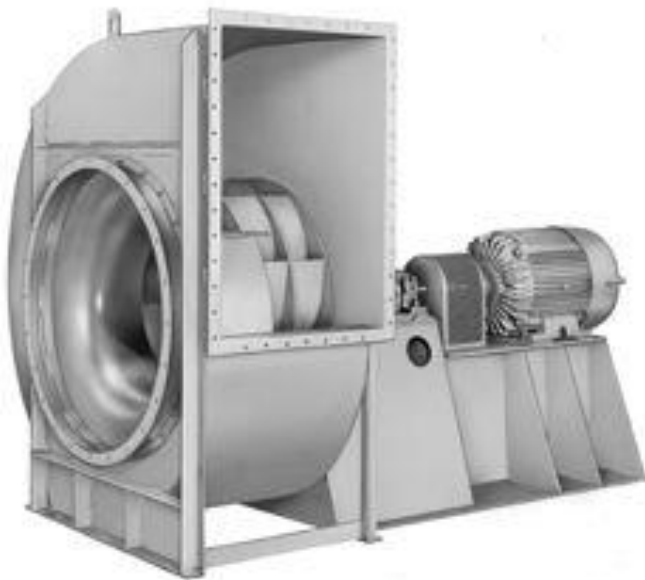
# Tračni transporteri



# Pumpe

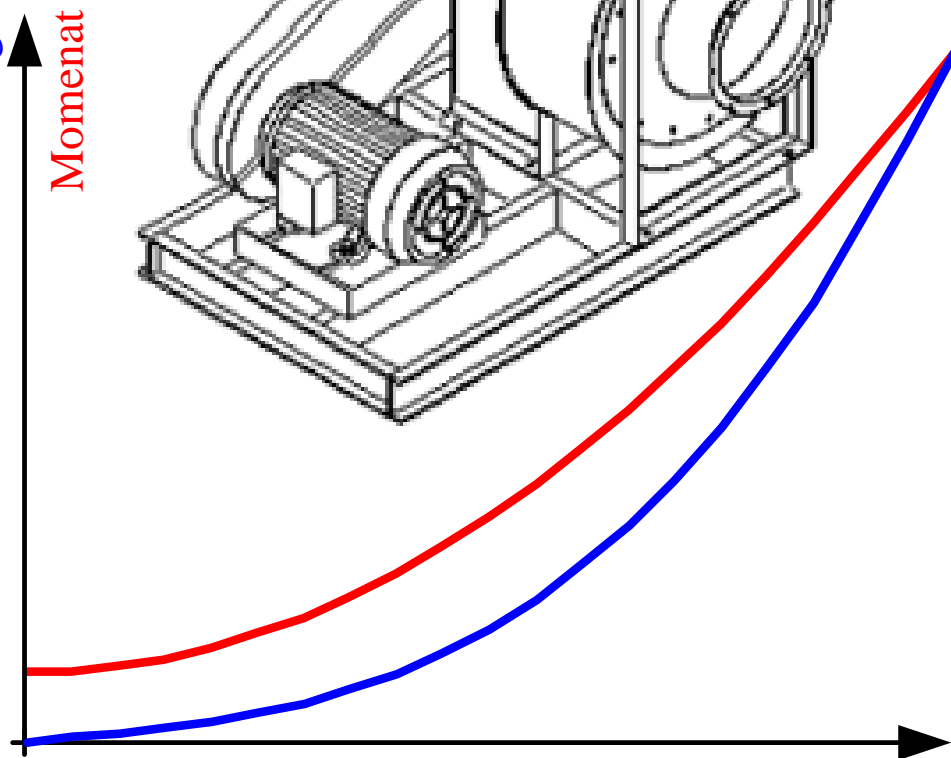
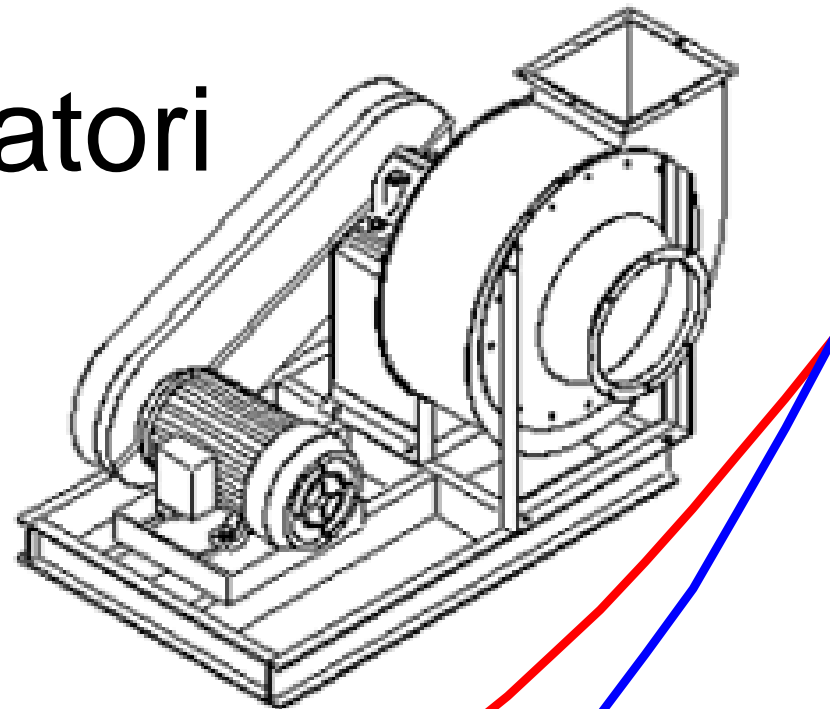


# Ventilatori



Snaga

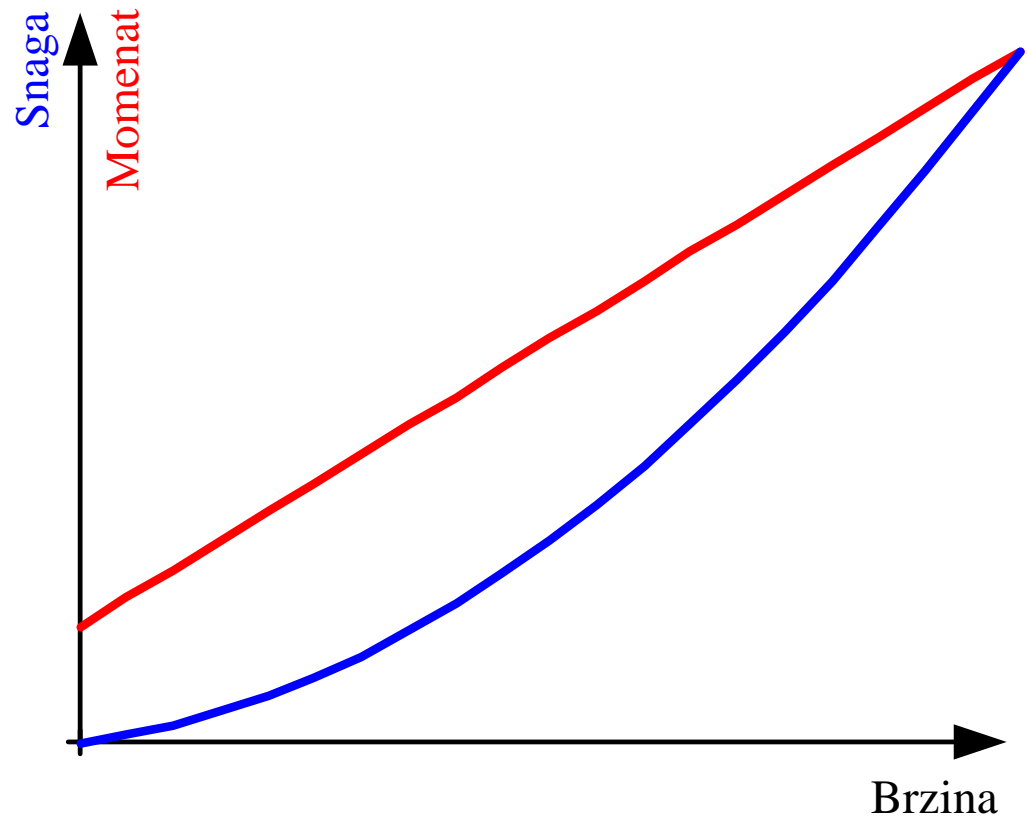
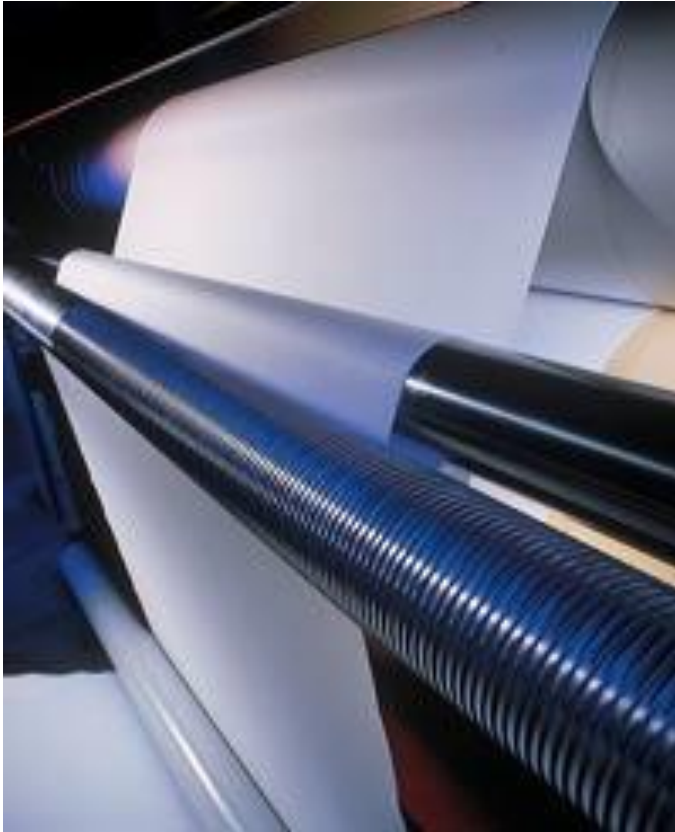
Momenat



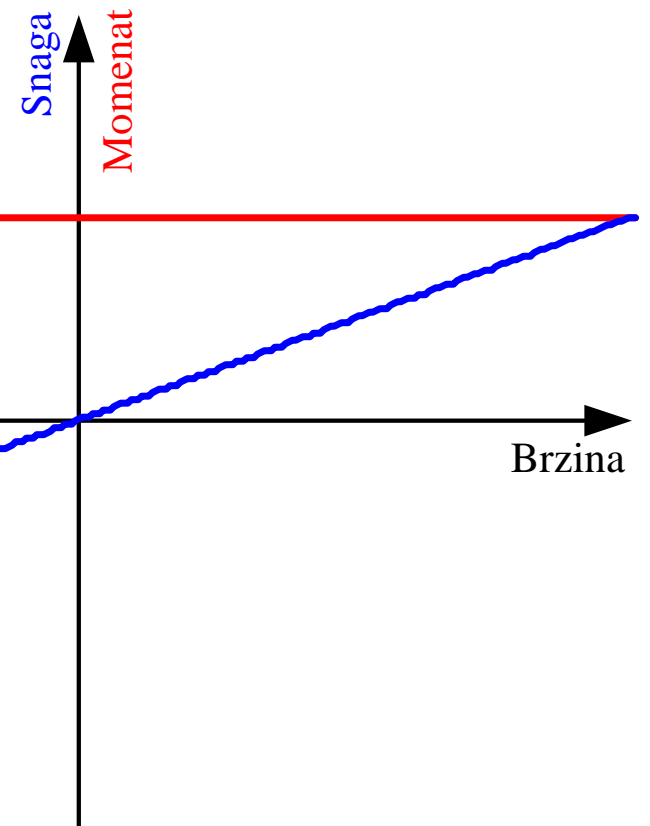
Brzina



# Kalanderska karakteristika opterećenja

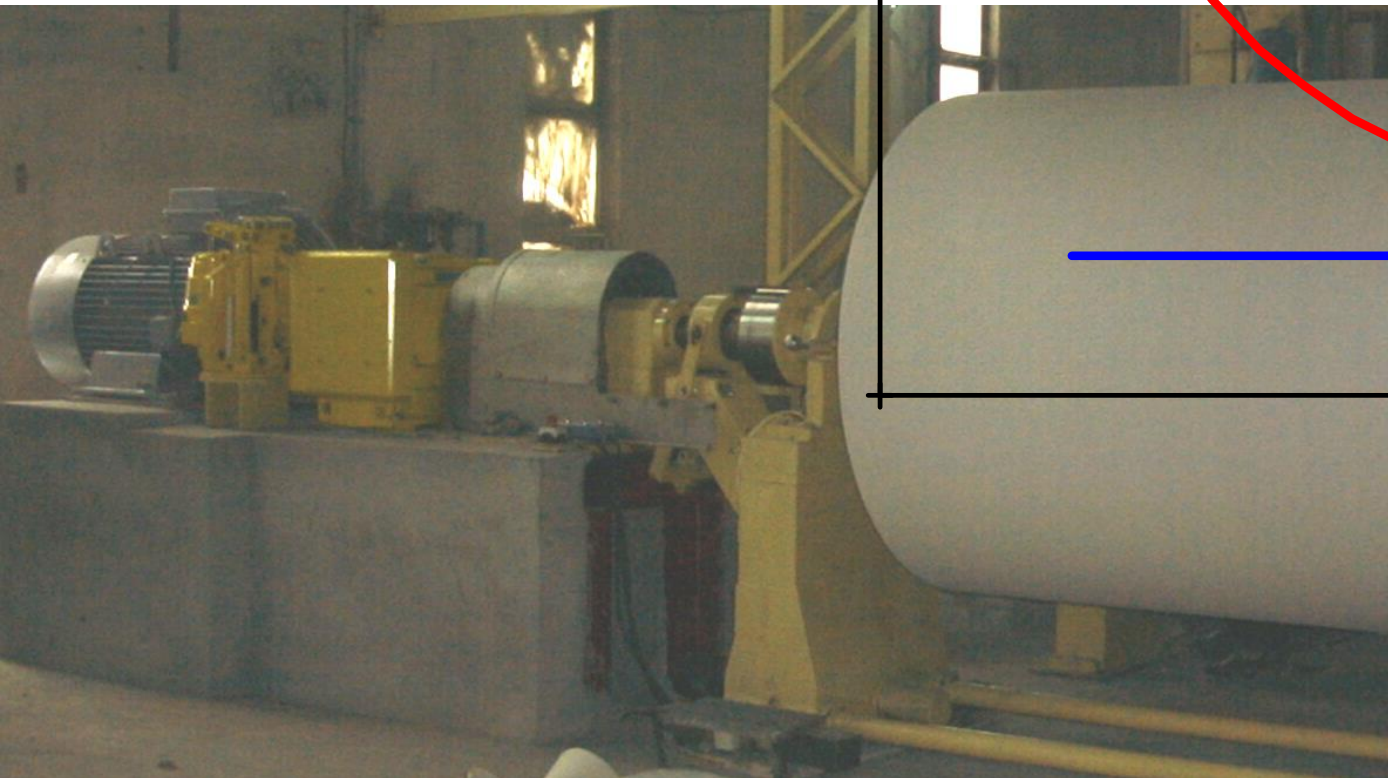
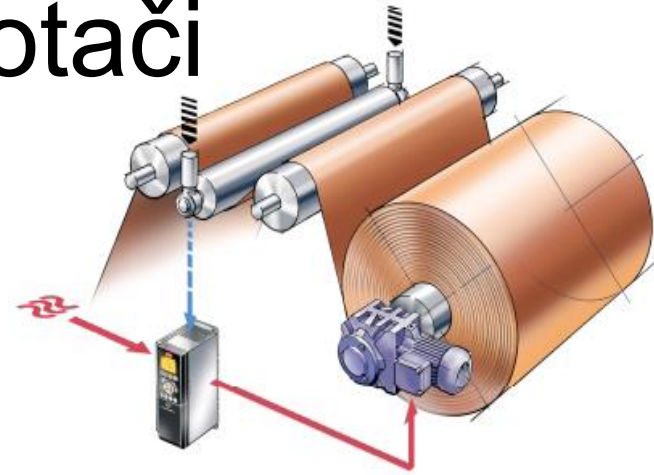


# Dizalice

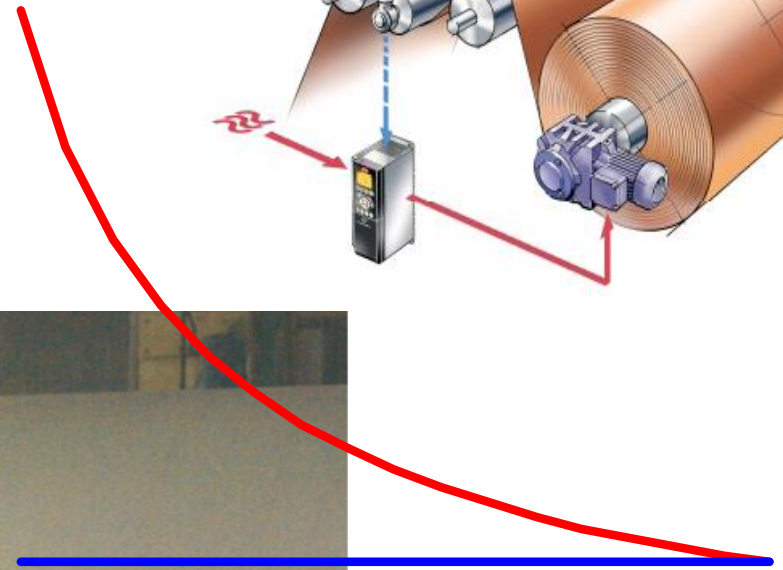


# Odmotači, premotači

Snaga  
Momenat



Brzina



# Definicija radne tačke

- Radna tačka opterećenja je tačka na mehaničkoj karakteristici opterećenja koja odgovara trenutnoj brzini radne mašine (opterećenja).
- Radna tačka motora je tačka na mehaničkoj karakteristici motora koja odgovara trenutnoj brzini motora.
- Brzina motora i brzina opterećenja su praktično uvek jednake, ali njihovi momenti ne moraju biti.
- **Ustaljeno stanje** se dobija u preseku mehaničkih karakteristika opterećenja i motora, odnosno na brzini na kojoj se poklapaju radna tačka motora sa radnom tačkom opterećenja.
- Ova tačka se naziva **radna tačka ustaljenog stanja**, ili se kaže da imamo ustaljeno stanje.

# Definicija radne tačke

Na osnovu Njutnove jednačine kretanja

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = m_e(\omega) - m_m(\omega)$$

Ukoliko je moment motora jednak momentu opterećenja, imaćemo ustaljeno stanje, odnosno rad sa konstantnom brzinom. Ova brzina se naziva brzina ustaljenog stanja.

$$m_e(\omega) = m_m(\omega) \Leftrightarrow J \cdot \frac{d\omega}{dt} = 0 \text{ ili } \omega = \text{const.}$$

# Definicija radne tačke

Ukoliko moment motora **nije** jednak momentu opterećenja, brzina će se menjati, u skladu sa Njutnovom jednačinom.

$$m_e(\omega) > m_m(\omega) \Rightarrow J \cdot \frac{d\omega}{dt} > 0 \quad \omega \nearrow \quad \begin{array}{l} \text{Brzina raste} \\ \text{(povećava se vrednost)} \end{array}$$

$$m_e(\omega) < m_m(\omega) \Rightarrow J \cdot \frac{d\omega}{dt} < 0 \quad \omega \searrow \quad \begin{array}{l} \text{Brzina opada} \\ \text{(smanjuje se vrednost)} \end{array}$$

Algebarski znak momenta motora i znak momenta opterećenja u ovim jednačinama se mora uvažavati, kao i znak brzine.

Jednačine važe prema usvojenim algebarskim znakovima u Njutnovoj jednačini.

Primeri:

- pozitivna brzina raste – pogon ubrzava
- pozitivna brzina opada – pogon usporava
- negativna brzina raste – pogon usporava (ali ide u negativnu stranu)
- negativna brzina opada – pogon ubrzava (sve “negativnija” brzina)

# STATIČKA STABILNOST

*RADNA TAČKA USTALJENOG STANJA* je tačka u kojoj sve promenljive posmatranog sistema imaju stalne vrednosti,

odnosno:

$$\frac{d(*)}{dt} = 0$$

Za sisteme koji se posle kratkotrajnog poremećaja vraćaju u prvobitnu radnu tačku kaže se da su *STABILNI*.

Ako je ova osobina svojstvena samo nekim radnim tačkama onda se za njih kaže da su *STABILNE RADNE TAČKE*.

Na osnovu gornjih definicija izvešćemo kriterijum statičke stabilnosti za pogon u kome važe sledeće pretpostavke:

- momenti motora i opterećenja ne zavise od položaja vratila (ugla);
- vreme trajanja elektromagnetnih prelaznih procesa je zanemarljivo.

Jednačina koja opisuje ovakav sistem – pogon, je:

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_e(\omega, t) - m_m(\omega, t)$$

U posmatranoj radnoj tački – stacionarnom stanju, pri brzini  $\omega_1$ , važi:

$$m_e(\omega_1) = m_m(\omega_1)$$

Linearizacijom gornje diferencijalne jednačine u okolini posmatrane radne tačke

$$\omega = \omega_1 + \Delta\omega$$

dobija se izraz: 
$$J \frac{d(\Delta\omega)}{dt} = \left( \left. \frac{\partial m_e}{\partial \omega} \right|_{\omega_1} \right) \cdot \Delta\omega - \left( \left. \frac{\partial m_m}{\partial \omega} \right|_{\omega_1} \right) \cdot \Delta\omega$$



Uvođenjem smene:

$$k = \left. \frac{\partial}{\partial \omega} (m_m - m_e) \right|_{\omega_1}$$

Obratiti  
pažnju na  
znak.

Dobija se linearna diferencijalna jednačina:

$$\frac{J}{k} \frac{d(\Delta\omega)}{dt} + \Delta\omega = 0$$

Rešenje ove jednačine je:

$$\Delta\omega(t) = \Delta\omega(0) e^{-\frac{k \cdot t}{J}}$$

gde je:

$\Delta\omega(0)$  vrednost promene brzine u  $t = 0$ .

Na osnovu date definicije stabilnosti *potreban uslov statičke stabilnosti u radnoj tački je:*

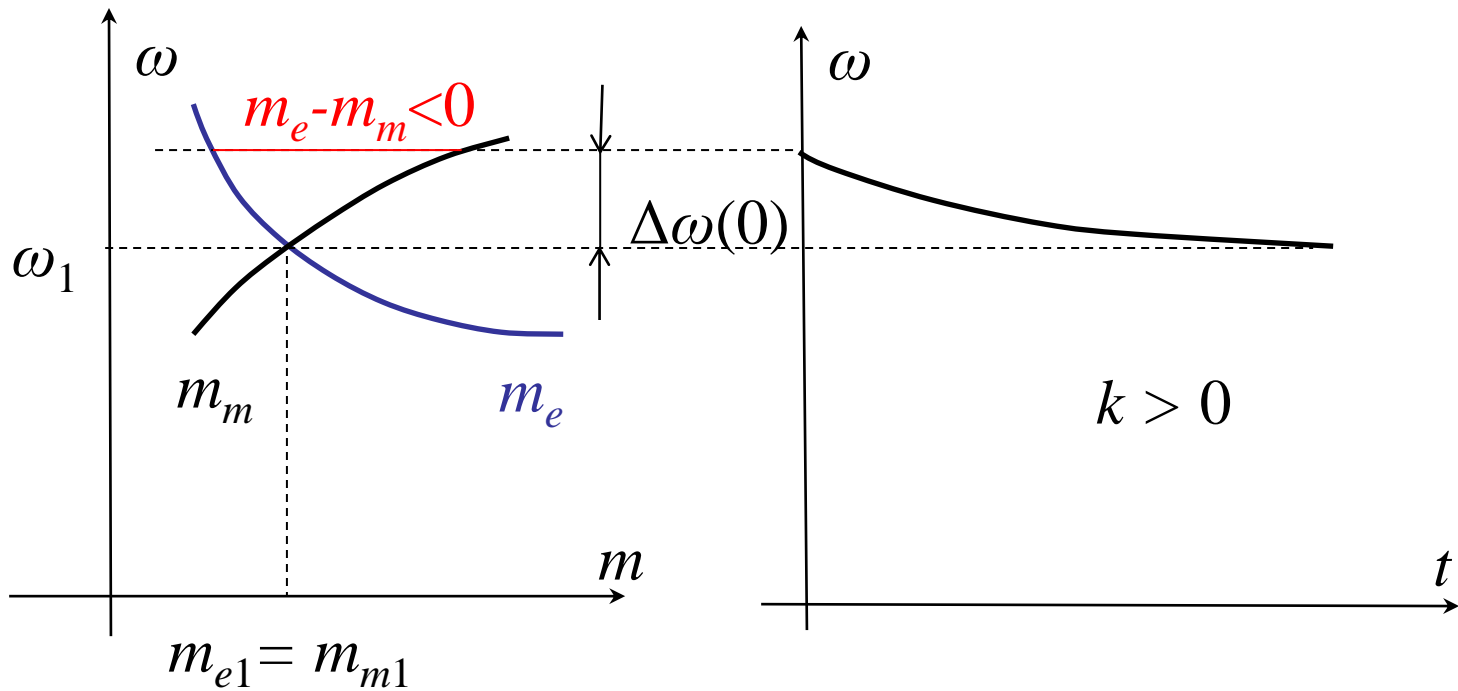
$$k > 0$$

odnosno:

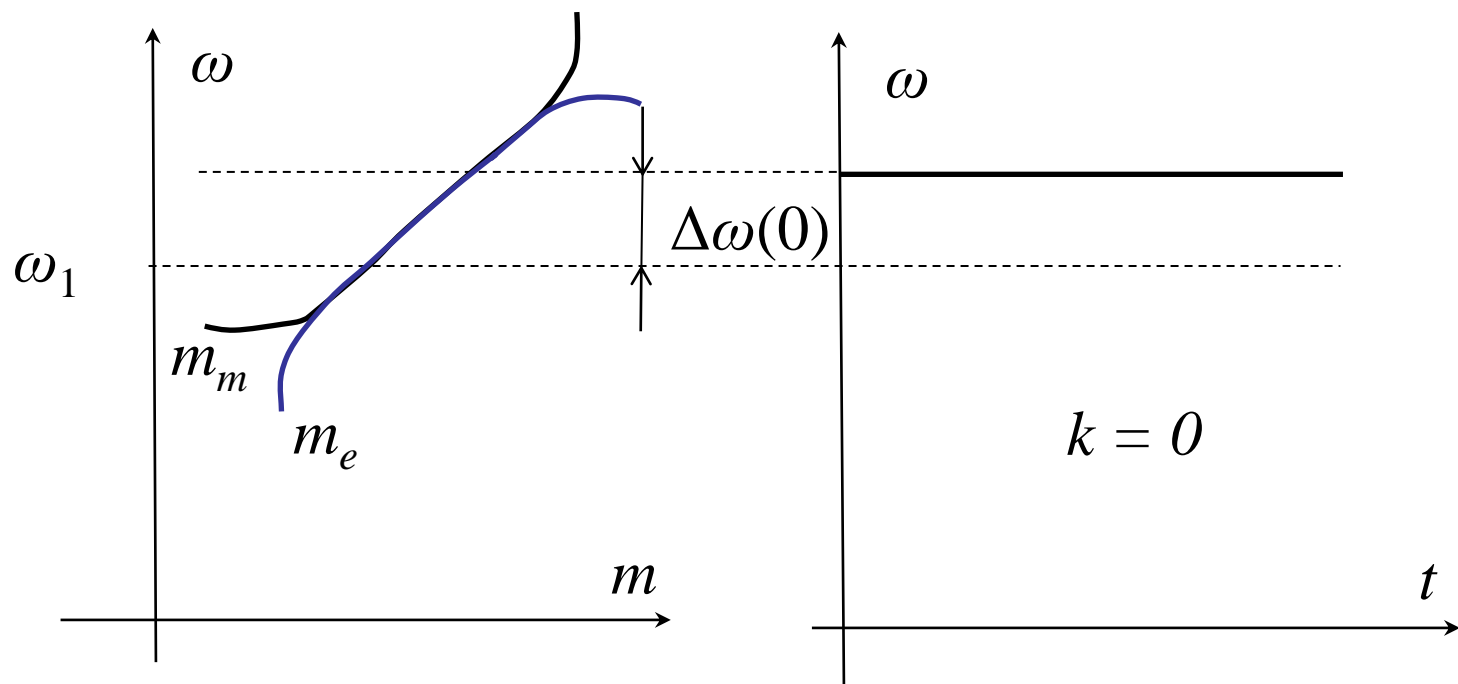
$$\left. \frac{\partial m_m}{\partial \omega} \right|_{\omega_1} > \left. \frac{\partial m_e}{\partial \omega} \right|_{\omega_1}$$

U slučaju:  $k = 0$  sistem je indiferentan;

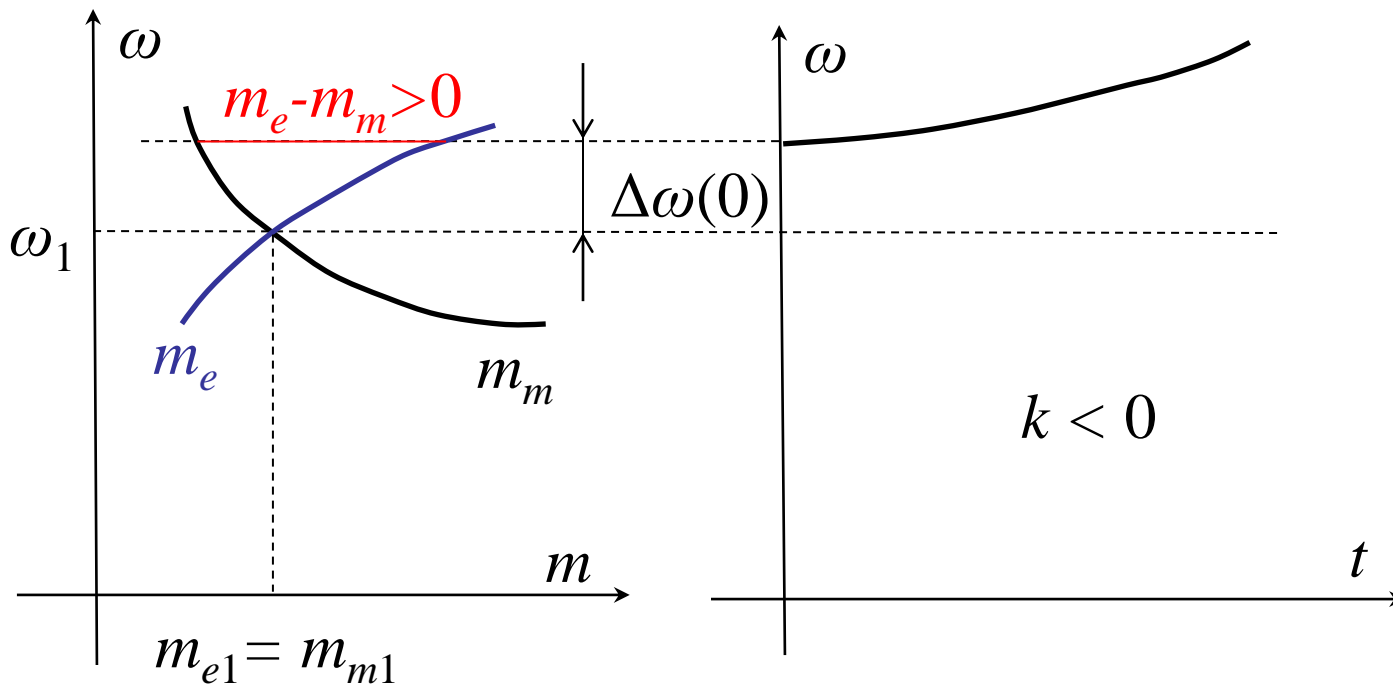
$k < 0$  sistem je nestabilan u posmatranoj radnoj tački.



**Stabilno stanje**



**Indiferentan slučaj**



**Nestabilno stanje**

